

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ**

**30 ianuarie 2016**

**CLASA A VIII-A**

- 1.) Decideți dacă sunt adevărate următoarele propoziții:

$$(P_1): (\sqrt{14} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{5 + \sqrt{21}} \text{ este număr natural.}$$

$$(P_2): 5^{27} \in (2^{63}; \infty)$$

$$(P_3): (-1)^n + (-1)^{m+n} + (-1)^m + (-1)^{m-n} \text{ se divide cu 4 pentru orice } m, n \in \mathbb{N}, \text{ unde } n \text{ este număr par.}$$

- 2.) Calculați valoarea expresiei  $\frac{a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1}{a^4}$ , dacă  $a + \frac{1}{a} = 5$ .

- 3.) Fie  $ABCD$  un romb, astfel încât  $AB \subset \alpha$  și măsura unghiului dintre planul rombului și planul  $\alpha$  este de  $45^\circ$ . Calculați sinusul unghiurilor dintre diagonalele rombului și planul  $\alpha$ , știind că diagonalele rombului sunt de 6 cm și de 8 cm.

- 4.) Se consideră paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = AA' = 2a$  și  $BC = a$ .

Fie  $M$ ,  $N$ ,  $P$  mijloacele muchiilor  $AB$ ,  $DD'$  respectiv  $D'C'$ .

a) Aflați măsura unghiului dintre dreptele  $AN$  și  $MC$ .

b) Calculați distanța de la punctul  $P$  la planul  $(DD' B')$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.**

**Timp de lucru 3 ore.**