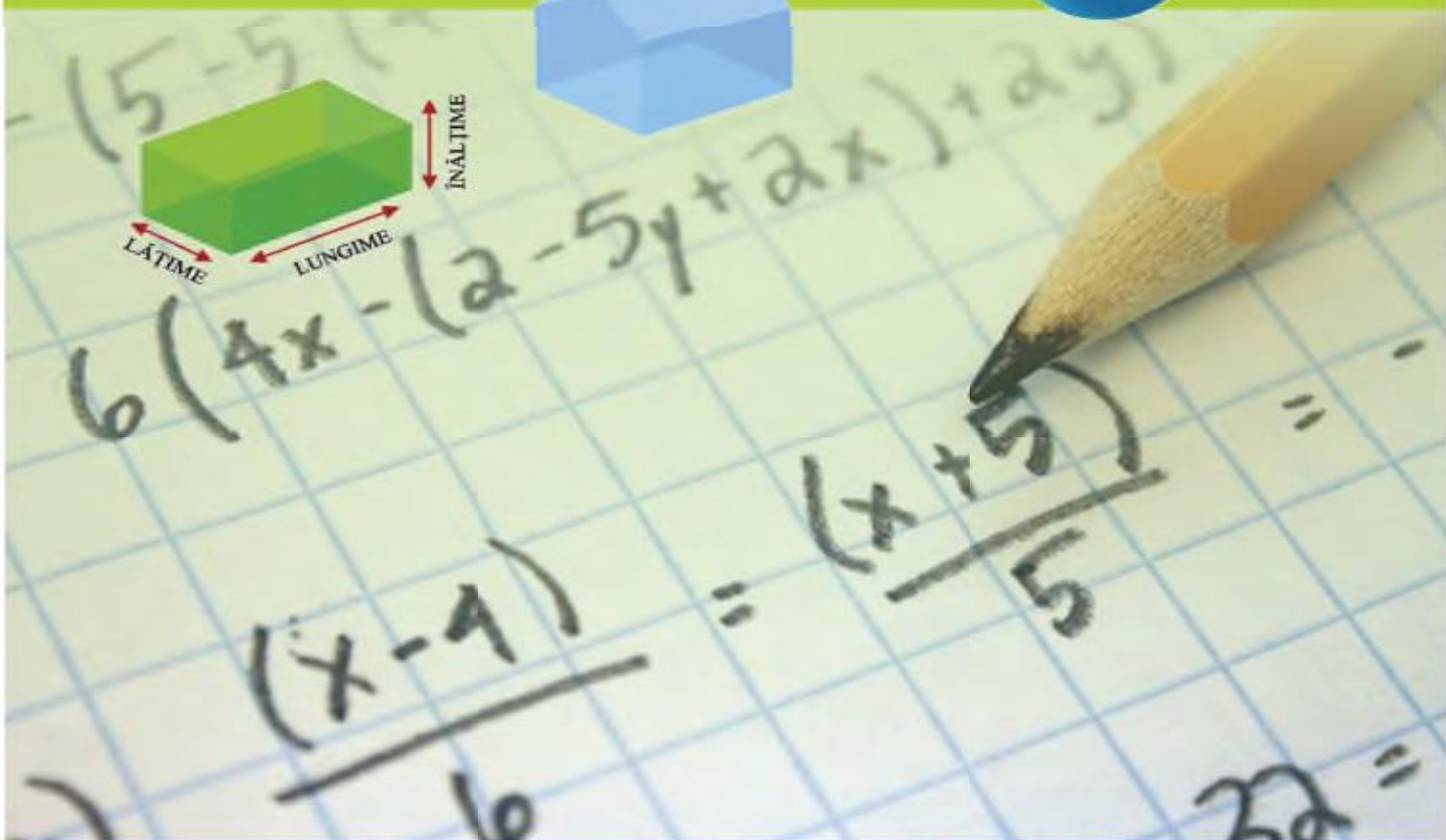
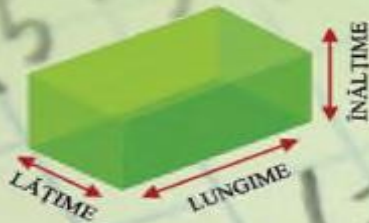


MATEMATIKA



ISMÉTLÉS

Emlékezz vissza és oldd meg!

Figyeld meg jól a mellékelt képen látható fát a baglyokkal, majd oldd meg a következő gyakorlatokat!

- Írd le betűkkel a képen látható legnagyobb és legkisebb számot!
- Rendezd növekvő sorrendbe a képen látható számokat (használd a „<” jelet)!
- Azonosítsd be azt a baglyot, amelyhez nem tartozik egyetlen szám sem, majd írd mellé egy, az összes többinél nagyobb számot!
- Kerekítsd ezresekre a képen látható összes ötjegyű és hatjegyű számot!
- Ismerd fel a képen látható összes páratlan számot!
- Sorold fel írásban azokat a számokat, amelyekben az ezresek számjegye 5-nél nagyobb!
- Írd le az összes olyan számot, amelyben a számjegyek összege 15-nél nagyobb!
- Pirossal aláhúzva, azonosítsd be a képen azt a két számot, amelyek különbségében a tízesek és az egyesek helyén a 0 számjegy van!
- Keresd meg a képen a 16 539 és a 163 820 számokat! Az első számban hova és milyen számjegy ékelhető be ahhoz, hogy a kapott hatjegyű szám kisebb legyen a második számnál? Írd két példát!
- Hány természetes szám található a 27 és 1 347 között?
- Oldd meg!
 - $27 + 1347$; b) $267\ 813 + 16\ 539$; c) $25\ 385 + 84\ 620$; d) $163\ 820 + 1\ 347$;
 - $1\ 347 - 27$; f) $46\ 900 - 27$; g) $84\ 620 - 1\ 347$; h) $346\ 902 - 16\ 539$; i) $267\ 813 - 25\ 385$.
- Rendezd át a 163 820 szám számjegyeit úgy, hogy a kapott szám a lehető legkisebb, illetve a lehető legnagyobb hatjegyű szám legyen!



Megoldottad a gyakorlatokat? Folytasd!

- Határozd meg:
 - a legkisebb négyjegyű páratlan számot;
 - a 123 szám rákövetkezőjét;
 - az 5037 szám megelőzőjét;
 - azt a három egymást követő számot, amelyek közül a legkisebb a 45;
 - azt a legkisebb természetes számot, amely nagyobb az 529-nél;
 - azt a legnagyobb természetes számot, amely kisebb a 2950-nél;
 - az összes olyan háromjegyű természetes számot, amelyekben a tízesek számjegye nyolc és az egyesek számjegye háromszor nagyobb a százaskok számjegyénél!
- Írd le római számokkal a születési évszámodat és az aktuális évszámot!
- Határozd meg a legnagyobb *abababab* alakú természetes számot tudva, hogy az *a* és a *b* két egymás utáni szám és az adott szám számjegyeinek összege 44. Melyik a kapott szám fordítottja? Írd le számjegyekkel, majd betűkkel a kapott számnak és a fordítottjának az összegét!
- Figyeld meg a mellékelt táblázatban felsorolt televíziós műsorokat, majd válaszolj a következő kérdésekre!
 - Hány percet tart a film?
 - Mária a matiné és a teniszmérkőzést nézi. Hány percet töltött Mária a televízió előtt, amíg a két műsort nézte?
 - Határozd meg a film és a teniszmérkőzés időtartamának különbségét percekben!

| Óra | Műsor |
|-------|--------------|
| 09:30 | Matiné |
| 10:30 | Film |
| 13:00 | Futball |
| 16:15 | Tenisz |
| 17:10 | Szórakoztató |

ISMÉTLÉS

Emlékezz vissza és oldd meg!

1. Figyeld meg jól a képeket és oldd meg az alábbi feladatokat!



Mircea cel Bătrân
1386- 1418



Ștefan cel Mare
1457- 1504



Mihai Viteazul
1593-1601



Alexandru I. Cuza
1859- 1866

a) Állapítsd meg, a négy uralkodó közül melyik uralkodott a legtöbbet!

b) Karikázd be a helyes választ!

Mircea cel Bătrân ennyi évvel uralkodott többet Mihai Viteazulnál:

- i) 32 év ii) 24 év iii) 8 év

c) Írd római számokkal mindenik fejedelem uralkodásának kezdő évét!

d) Karikázd be a helyes választ!

Hány év telt el Ștefan cel Mare uralkodásának vége és 2017 között?

- i) 501 év ii) 513 év iii) 500 év



Megoldottad a gyakorlatokat? Folytasd!

1. Mihály a 17-szeresére kellett növelje a 378 számot. Ő viszont csak 17-tel növelte. Határozd meg, hogy mennyivel kisebb a kapott szám a helyes értékénél!

2. Számítsd ki!

- a) $264 \cdot 10$; b) $23 \cdot 73$; c) $267 : 3$; d) $3\,456 : 9$; e) $1\,487 \cdot 372$,
f) $5\,964 : 42$; g) $32 : 8 + 5 \cdot [8 \cdot (20 : 2 - 70 : 10)]$.

3. Az osztandó háromszorosa 8 100, míg az osztó kétszerese 72. Határozd meg az osztandónak és az osztónak a hányadosát!

4. Határozd meg azt a legkisebb hatjegyű természetes számot, amely egyidőben teljesíti a következő feltételeket: nincs ismétlődő számjegye, nagyobb 300 000-nél és a számjegyeinek összege 15!

5. Határozd meg az ismeretlen számokat!

- a) $46\,513 + a = 100\,398$; b) $b - 128\,314 = 347\,521$;
c) $800\,295 - c = 793\,425$; d) $d \cdot 7 = 497$; e) $136 : e = 4$.

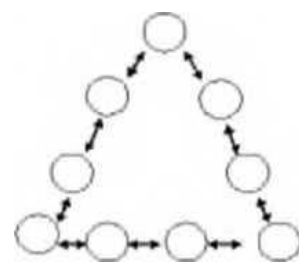
6. Számítsd ki, mennyivel nagyobb a 23 és 45 szorzata, mint a 864 és 9 hányadosa!

7. Adottak az 5, 8, 2 és 9 számjegyek. Ezen számjegyek egyszeri felhasználásával alkoss két számot, amelyeknek szorzata 4 000-nél nagyobb!

8. Három szám összege 713. Határozd meg a számokat tudva, hogy az első szám egyenlő a második szám kétszeresével, míg a harmadik szám 13-mal nagyobb, mint az első szám kétszerese!

9. Írd be a mellékelt ábrán levő kilenc körbe 1-től 9-ig a számokat úgy, hogy a háromszög minden oldalán a számok összege 20 legyen!

10. Figyeld meg az alábbi grafikont és oldd meg az alábbi feladatokat tudva, hogy mindenik tanuló egyetlen sportot űz!



a) Melyik a legkedveltebb, illetve a legkevésbé kedvelt sport az iskolában? Indokold a választod!

b) Hány gyermek sportol az iskolában?

c) Mennyi a különbség a futballozó és a teniszező gyermekek száma között?

d) Melyek azok a sportágak, amelyeket ugyanolyan számú gyermek űz?

ISMÉTLÉS



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. Hasonlítsd össze az x és y számokat és válaszd ki a helyes választ!

$$x = [(30 + 5:5) \cdot 10 - 23] : 7$$

$$y = [(20:4) \cdot 5 - 20] \cdot 2 - 6$$

a) $x < y$

b) $x > y$

c) $x = y$

2. a) Határozd meg az ismeretlen tagot! $(30 \cdot x + 6) : 4 = 84$
 b) Máriának van egy bizonyos pénzösszege. Első nap elköltötte pénzének az 50%-kát, míg a második nap a maradék negyedét. Határozd meg, hogy Máriának mennyi pénze volt eredetileg, ha a második nap után 120 leje maradt!
3. Szemléltesd rajzzal a következő törtet: egyharmad, kétötöd, ötnolcad!
4. Írj három-három példát valódi törtre, áltörtre és egységnyi törtre!
5. Egy üzletben 15 darab bicikli és tricikli van, amelyeknek összesen 38 kerekük van. Hány bicikli van az üzletben?
6. Két természetes szám különbsége 936. Határozd meg a két számot tudva, hogy az egyik szám negyede a másik számnak!
7. Egy út mentén, egymástól egyenlő távolságra, 16 fa található. Határozd meg az első és az utolsó fa közötti távolságot, ha a harmadik és a nyolcadik fa között 35 méter van!



Megoldottad a gyakorlatokat? Folytasd!

1. Figyeld meg a futballcsapatban levő gyerekek számát és életkorát az alábbi táblázat szerint, majd ennek megfelelően egészítsd ki a kijelentéseket!

| | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|
| Életkor (év) | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Gyerekek száma | 3 | 6 | 5 | 4 | 2 |

A csapatban levő összes gyermek száma

A 14 éves gyermekek száma

A legtöbb gyermek éves.



2. Két természetes számot elosztva a hányados 3, a maradék pedig 10. Határozd meg a két számot, ha az osztandó, az osztó, a hányados és a maradék összege 143!

3. Sándornak 15 kisautója van, míg Krisztán, ha még 3 kisautót tenne a már meglévő kisautóihoz, akkor 4-szer több kisautója lenne, mint Sándornak. Hány kisautója van Krisztiánnak?

4. Mihály 8 éves, míg édesapja életkora ötször több. Határozd meg, hogy hány év múlva lesz az apa életkora háromszor nagyobb Mihály életkoránál!
5. Számítsd ki, hogy hány méterrel nagyobb annak a téglalapnak a kerülete, amelynek szélessége 16 m illetve a hosszúsága a szélességének a kétszerese, mint annak a négyzetnek a kerülete, amelynek oldalhossza egyenlő a téglalap szélességének a negyedével!
6. Határozd meg, hány számjegyet használnak fel egy 327 oldalas könyv megszámozásához!

7. Figyeld meg a mellékelt ábrákat és oldd meg a gyakorlatokat!

- a) Egészítsd ki az állítást!

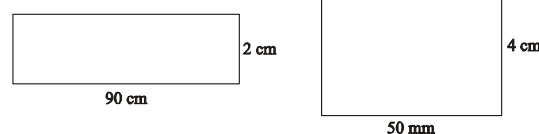
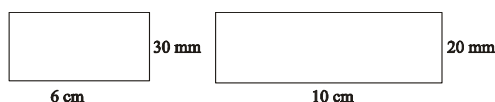
Az ábrákon levő alakzatok

- b) Végezd el az átalakításokat!

$$30 \text{ mm} = \dots\dots \text{ cm}$$

$$10 \text{ cm} = \dots\dots \text{ mm}$$

- c) Színezd be pirossal azokat az alakzatokat, amelyeknek kerületük egyenlő!



ISMÉTLÉS

FELMÉRŐ

I. rész

Egészítsd ki a tesztlapon a pontozott részeket úgy, hogy igaz állításokat kapj!

1. A 257 450 331 szám rákövetkezője egyenlő
2. A legnagyobb háromjegyű, különböző számjegyekből álló páratlan szám egyenlő
3. Az 567 és 789 számok összege egyenlő
4. A 123 456 számnak százasokra, hiánnyal való közelítése egyenlő
5. A 256 kétszeresének a fele egyenlő
6. A 123, 10 és 3 számok szorzata egyenlő
7. Két és fél órában perc van.
8. A 3 456 és 9 számok hányadosa egyenlő

II. rész

Írd le a teljes megoldásokat!

1. Számítsd ki!
 - a) $32 + 41 + 59 + 68$
 - b) $772 - 15 : 3 \cdot 120$
 - c) $5 \cdot 5 + 8 \cdot [108 - 100 : (9 - 4)] - 4$
2. Egy számot 9-cel osztva, hányadosul 31-et és maradékul 7-nél nagyobb számot kapunk. Határozd meg a számot!
3. Határozd meg az ismeretlen számot!
 $x : 2 + (105 - 275 : 11) : 4 = 28$
4. András egy olyan számra gondol, amelynek százasokra kerekített értéke 14 600. Határozd meg, melyik az a legkisebb szám, amelyre András gondolhatott!
5. Három természetes szám összege 3 258. Az első szám kétszer nagyobb, mint a második szám. Tudva, hogy a harmadik szám 24-gyel nagyobb, mint a második szám háromszorosa, határozd meg a három számot!

Munkaidő: 50 perc

Javítókulcs:

Hivatalból:10 pont,

I. rész: 40 pont,

II. rész: 50 pont



A **bűvös négyzet** egy több ezer éves matematikai játék. A kínaiak már i.e. 5000 évvel használták ezeket a matematikai gyakorlatokat. A több mint 2 000 éves indiai bűvös négyzetek is hasonlóan ismertek. A játék abból áll, hogy számokat kell elhelyezni egy négyzethálóba úgy, hogy a négyzet bármely sorában, oszlopában és a két átlója mentén ugyanannyi legyen a számok összege.

Egészítsd ki a mellékelt bűvös négyzetet a hiányzó számokkal!

| | | |
|----|----|----|
| 25 | | |
| | 18 | |
| | | 37 |

I. MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

I.1. Természetes számok írása és olvasása

Szerinted napjainkban el tudnánk igazodni számok nélkül? A mindennapi életben a telefonszámokat, a naptári dátumokat és a pontos időt is számokkal fejezünk ki, míg születésünkör kapunk egy 13 számjegyből álló számot, amelyet személyi számnak (CNP) nevezünk.



Figyeld meg a személyi szám számjegyeinek jelentését!

A természetes számokat a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 és 9 számjegyekkel írjuk, amelyeket arab számjegyeknek nevezünk. A természetes számok írásánál, sorrendben jobbról balra haladva a következő osztályok vannak: egyesek osztálya, ezresek osztálya, milliók osztálya, milliárdok osztálya stb. A 43 426 785 számot a következőképpen olvassuk: „negyvenhárommillió-négyszázhuszonhatezer- hétszáznyolcvanöt” és egy olyan természetes számot jelöl, amelyben 4 tízmilliós, 3 milliós, 4 százezres, 2 tízezres, 6 ezres, 7 százás, 8 tízes és 5 egyes van (Figyelem! A 0 számjegyet tartalmazó egységrendeket nem olvassuk ki).

- Írd le betűkkel az alábbi táblázatban levő számot!

| Milliárdok osztálya | | | Milliók osztálya | | | Ezresek osztálya | | | Egyesek osztálya | | |
|---------------------|-----------------|--------------|------------------|------------|---------|------------------|--------------|---------|------------------|-----------|---------|
| százmilliárdosok | tízmilliárdosok | milliárdosok | százmilliók | tízmilliók | milliók | százezrek | tíz- ezresek | ezresek | száz- zasok | tíz- esek | egyesek |
| 12. e.r. | 11. e.r. | 10. e.r. | 9. e.r. | 8. e.r. | 7. e.r. | 6. e.r. | 5. e.r. | 4. e.r. | 3. e.r. | 2. e.r. | 1. e.r. |
| 2 | 3 | 0 | 1 | 4 | 6 | 0 | 0 | 8 | 9 | 6 | 1 |

Jegyezd meg, hogy minden természetes szám felbontható a következő példa szerint!

$$26\ 785 = 2 \cdot 10\ 000 + 6 \cdot 1\ 000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$$



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

- Bontsd fel a fenti példa szerint a 10 087, 239 832 és 1 023 007 számokat!
- Írd le betűkkel a következő számokat:
a) 1 256; b) 32 456 743; c) 1 000 854; d) 12 098; e) 7 965 432 108!
- Írd le számjegyekkel a következő számokat:
a) egymilliárd-nyolcszázötvennégyezer-háromszázhatvanégy; b) nyolcszázkétezer-ötvenhárom; c) ezeregy; d) négyszázmillió-hatszázötvenötezer-háromszázhusz!
- Csak az 1, 0 és 8 számjegyeket használva, írd le az összes háromjegyű számot, amelyeknek számjegyei különbözőek! Hány számot kaptál? Hány számot kapnál abban az esetben, ha a számjegyek nem kellene feltétlenül különbözőek legyenek?
- Egy kétjegyű természetes számnak és fordítottjának összege 66. Határozd meg a számokat!
- Egy kétjegyű természetes számnak és fordítottjának különbsége 54. Melyek ezek a számok?
- Két természetes szám különbsége 900. Ha az első szám négyszer nagyobb a második számnál, akkor határozd meg a második számot!
- Állapítsd meg a szabályt, majd írd le a hiányzó öt tagot:
1; 4; 13; 40;;;;;

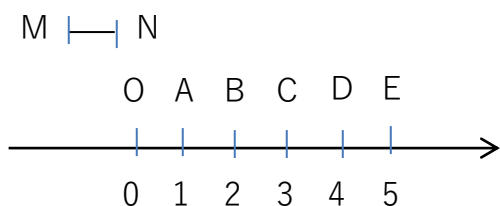


Megoldottad a gyakorlatokat? Folytasd!

- Határozd meg az $a3b4c$ alakú számokat az alábbi esetek mindenikében:
a) számjegyeinek összege egyenlő 10-zel; b) számjegyeinek szorzata egyenlő 12-vel;
c) felbontása: $a3b4c = 4 \cdot 10\ 000 + 3 \cdot 1\ 000 + 4 \cdot 10 + 7!$
- Egészítsd ki a lenti táblázatot!

| | | | | |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| Az 1 387 szám fordítottja | A 321 005 szám rákövetkezője | A 763 szám megelőzője | A legnagyobb kétjegyű páros szám | Az egyjegyű páratlan számok összege |
| | | | | |

I.2. Természetes számok ábrázolása a számegyenesen, számok összehasonlítása és rendezése; közelítések, becslések



A számegyenest (számtegyenest) a természetes számok, balról jobbra haladó, növekvő sorrendben ábrázolásához használjuk. A számtegyenest egy olyan egyenes, amelyen rögzítünk egy O pontot (kezdőpont, origó), egy irányítást (pozitív irány) és egy mértékegységet (1 e).

A számegyenesen, két természetes szám közül az a kisebb, amelyik közelebb helyezkedik el a kezdőponthoz.

A mellékelt ábrán megfigyelhetjük, hogy a B pont koordinátája 2, amelyet B(2)-vel jelölünk.

Bármilyen nagy természetes számok **összehasonlítása** a milliárdnál kisebb természetes számokhoz hasonlóan történik. Tehát, az a szám kisebb, amelynek kevesebb számjegye van. Ha az összehasonlítandó számoknak egyenlő számú számjegyük van, akkor balról jobbra haladva rendre összehasonlítjuk az azonos egységrendű számjegyeket addig, amíg különbözőeket nem kapunk. Az lesz a nagyobb szám, amelynél nagyobb számjegyet találunk.

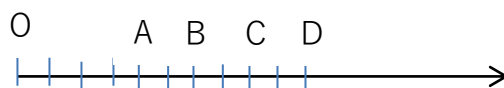
Egy természetes szám **közelítése** elvégezhető **hiánnyal** vagy **többlettel**, megadva az egységrend értékét (egyesek, stb.)

Például, a 975 312 természetes szám tízesekre, hiánnyal való közelítése 975 310, vagy többlettel való közelítése 975 320, míg százásokra kerekítve hiánnyal 975 300, vagy többlettel 975 400.



Oldd meg a következő gyakorlatokat és feladatokat!

1. Ábrázold a számtegyenest az A(0), B(3), C(9), D(10) és E(12) pontokat!
2. Határozd meg az alábbi ábra alapján az A, B, C, D és E pontok koordinátáit, ha a tegyenest minden kis szakasza egy egységet jelöl!



3. Hasonlítsd össze a számokat:
a) 4 679 és 14 012; b) 45 894 és 45 900; c) 601 902 és 601 992; d) 400 001 és 40 002!
4. Határozd meg az a és b számjegyeket, amelyre: a) $\overline{a5132} = \overline{15b32}$ b) $\overline{a5132} < \overline{15b32}$
5. Közelítsd tízesekre, százásokra, ezresekre és tízezresekre hiánnyal, majd többlettel a következő számokat:
a) 453 728; b) 157 902; c) 3 782 357; d) 7 293 863!
6. Közelítsd százásokra többlettel a következő számokat:
a) 346 865; b) 1 056 223; c) 89 222; d) 29 078!



Megoldottad az előző gyakorlatokat? Folytasd!

1. Rendezd növekvő sorrendbe: 111 110 100 101; 111 101 100 101; 111 101 010 101; 111 000 011 101!
2. Írd le a 0, 5, 8 és 9 számjegyek felhasználásával az összes háromjegyű, egymástól különböző számjegyjű természetes számot és rendezd őket csökkenő sorrendbe!
3. Töltsd ki az alábbi táblázatot az adott példa alapján!

| A szám | 14 138 | 26 549 | 706 942 | 182 738 |
|---------------------------------|--------|--------|---------|---------|
| Közelítsd tízesekre többlettel! | 14 140 | | | |
| Közelítsd százásokra hiánnyal! | 14 100 | | | |
| Közelítsd ezresekre hiánnyal! | 14 000 | | | |

I.3. Természetes számok összeadása

Mária egy csokoládét és egy játékot vásárol. A csokoládé 12 lejbe, a játék pedig 37 lejbe kerül. Mennyit költött Mária, összesen ?



A kérdés megválaszolásához összeadási műveletet használunk. Az összeadásban szereplő számokat **összeadandóknak** vagy **tagoknak**, az eredményt pedig **összegnek** nevezzük.

Két vagy több természetes szám összege, minden esetben egy természetes szám lesz.

Két vagy több természetes szám összege, minden esetben egy természetes szám lesz.

Az összeadás tulajdonságai, amelyeket a számításaid során alkalmazhatsz, bármely a, b, c természetes szám esetén:

- **Felcserélhetőség (kommutativitás):** $a + b = b + a$, pl. $17 + 12 = 12 + 17 = 29$;
- **Csoportosíthatóság (asszociativitás):** $(a + b) + c = a + (b + c)$, pl. $(5 + 21) + 169 = 5 + (21 + 169) = 195$
- **Az összeadás semleges eleme a 0 (nulla):** $a + 0 = 0 + a = a$, pl. $17 + 0 = 0 + 17 = 17$.

Oldjuk meg együtt!

- Számítsd ki: $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

Felhasználva a tagok felcserélhetőségét, így írható fel:

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

A két összeg azonos helyén álló tagjait összeadva kapjuk:

$$2 \cdot S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (98 + 3) + (99 + 2) + (100 + 1).$$

Megfigyelhetjük, hogy 100 darab zárójel íródott fel és , hogy minden zárójelben a számok összege 101-gyel egyenlő.

Ezért $2 \cdot S = 101 \cdot 100$, tehát $S = 101 \cdot 100 : 2$, $S = 5050$.

Gyakoroljuk az összeadást!

1. Számítsd ki:
a) $467 + 57$; b) $3427 + 5777$;
c) $456 + 3287 + 657$; d) $5621 + 9009 + 6231$; e) $45521 + 8721 + 9021$.
2. Számítsd ki a 7869-nél 743-mal nagyobb számot!
3. Melyik az a szám, amelyik 6813-mal nagyobb mint az 1297?
4. Határozd meg azt a számot, amelyik 1023-mal nagyobb, mint a legnagyobb, különböző számjegyekből álló, háromjegyű természetes szám.
5. Határozd meg az a, b, c és d számjegyeket tudva azt, hogy:
$$\overline{a2b7} + \overline{3c2d} = 7321$$
6. Felhasználva az összeadás tulajdonságait, számítsd ki!
a) $15 + 27 + 25 + 33$; b) $5632 + 6428 + 733 + 8267$; c) $572 + 6755 + 428 + 245$;
d) $911 + 1001 + 89 + 999$; e) $6543 + 1234 + 3457 + 66$; f) $158 + 6729 + 711 + 5542$.
7. Fedezd fel a szabályt, majd folytasd 3-3 taggal a következő számsorozatokat:
a) 4; 7; 10; 13;;;; b) 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;;;

Dolgozzatok párban!

8. Határozd meg a $23 + 24 + 25 + \dots + 85$ összegét!



Megoldottad az előző gyakorlatokat? Folytasd!

A kalóznak szüksége van néhány információra. Segíts te neki!

1. Ha összeadja az alábbi számokat, meg fogja találni a térképen egy kincs helyét.
a) $2350 + 986$; b) $347 + 8965$.
2. A kincsesládájának számkódját három szám összege adja: a 459, ennek megelőzője és rákövetkezője a természetes számok sorozatából. Kiszámolta és három különböző eredményt kapott: 1377, 462, 1375. Melyik a helyes kód?
3. A kalóznak a kincsesládában egy halom aranytallérja van, számuk megegyezik a 6529-nek és a legkisebb természetes számnak az összegével. Hány aranytallérja van a kalóznak? Karikázd be a helyes válasz betűjelét!
a) 6530; b) 6529; c) 6629.
4. Írd fel a 100-at: a) 2 tag; b) 3 tag; c) 4 tag összegeként (mindenik esetben adj legalább három példát).
5. Kiszámítva az $598 + 895 + 384$ számok összegét, megkapod azt az évszámot, melyben Románia kivívta függetlenségét.
6. Adott a 11, 12, 13, 14, ..., 101 számsorozat.
a) Határozd meg hány szám van a sorozatban!
b) Számítsd ki az $S = 11 + 12 + 13 + \dots + 101$ összeget!



I.4. Természetes számok kivonása



Nagyszüleid 278 km távolságra laknak tőled. Ha már megtettél 139 km utat vonattal, akkor számold ki hány km-t kell még busszal utaznod?

$$278 - 139 = 139 \text{ km utat kell még busszal utaznod.}$$



Jegyezd meg!

Bármely a és b , $a \geq b$, két természetes szám esetén, létezik egyetlen egy c természetes szám, amelyre $a = b + c$.

A fenti összefüggés alapján $c = a - b$, ahol az a számot **kisebbitendőnek**, a b -t **kivonandónak** nevezzük, a c számot pedig az a és b számok **különbségének**.



Oldd meg a feladatokat és a gyakorlatokat!

- Végezd el a kivonásokat majd ellenőrizd a kapott eredményeket a minta alapján:
 $128 - 59 = 69$, mivel $69 + 59 = 128$ és $128 - 69 = 59$
 a) $127 - 21$; b) $467 - 58$; c) $6\,427 - 5\,777$;
 d) $4\,456 - 3\,287$; e) $95\,681 - 2\,017$; f) $45\,521 - 8\,721$.
- Határozd meg: a) azt a természetes számot, amelyik 376-tal kevesebb, mint az 1000;
 b) a 7 610 és 398 számok különbségét;
 c) azt a számot amelyik 1 001-gyel kisebb, mint a 45 631 és 29 876 különbsége.
- Töltsd ki a táblázatot!

| a | b | c | $b + c$ | $a - (b + c)$ | $a - b - c$ |
|-------|-------|-------|---------|---------------|-------------|
| 24 | 12 | 5 | | | |
| 5 674 | 3 456 | 2 017 | | | |

Mit vettél észre?

- Töltsd ki a táblázatot!

| a | b | c | $b - c$ | $a - (b - c)$ | $a - b + c$ |
|------|-----|-----|---------|---------------|-------------|
| 234 | 143 | 45 | | | |
| 1000 | 123 | 23 | | | |

Mit vettél észre?

- Írd be az üres négyzetekbe a megfelelő számokat, amelyekre igaz kijelentéseket kapsz:
 a) $103 + \square = 643$; b) $576 - \square = 329$; c) $\square - 445 = 718$; d) $\square + 3029 = 6049$
- Határozd meg az a és b számjegyeket, amelyekre: $55a - 2b3 = 281$.

Megoldottad az előző feladatokat? Folytasd!

- Töltsd ki az üres négyzeteket azokkal a számokkal, amelyekre igaz kijelentést kapunk:
 a) $1\,032 - 986 = \square$; b) $347 + 4\,965 = 2\,017 + \square$; c) $3\,334 - (312 + 865) = (3\,334 - 312) - \square$
- Karikázd be a helyes válasz betűjelét:
 - A 7 102 és fordítottjának a különbsége: a) 5 895; b) 5 995; c) 4 995; d) 5 085;
 - A legnagyobb, különböző számjegyekből álló, 4 számjegyű szám és a legkisebb 3 számjegyű szám különbsége: a) 8 776; b) 9 776; c) 9 676; d) 9 774.
- Három testvér életkorának összege 58 év. Mennyi volt az életkoruk összege 6 évvel ezelőtt?
- Elvégezve a $3012 - 468$ kivonást, eredményként a Moldoveanu hegycsúcs magasságát kapod meg, amely Romániában a legmagasabb. Mennyivel magasabb a 8 848 m magasságú Mount Everest?
- Ha $a + b = 300$ és $b + c = 138$, számold ki mennyi az $a - c$.
- A legnagyobb, 5 különböző számjegyből álló, páros számból vond ki az 1 369-et!
- Mária négy nap alatt olvasott ki egy 348 oldalas könyvet. Az első nap 96 oldalt, a második nap 80 oldalt olvasott el. Hány oldal maradt az utolsó két napra?



I.5. Természetes számok szorzása



Andrea 5 barátját hívta meg a születésnapjára.

Mindenik gyermek kapott tőle 3 lufit. Hány lufit ajándékozott Andrea a barátainak?

Kiszámíthatod ismételt összeadással: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ vagy szorzással $3 \cdot 5 = 15$.

Jegyezd meg!

A szorzásban szereplő számokat **tényezőknak** nevezzük, a szorzás eredményét pedig **szorzatnak**,



$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ tényező}} = a \cdot b$$

A szorzás tulajdonságai, amelyeket a számítások során felhasználhatsz:

- ✓ **kommutativitás** (a tényezők felcserélhetők): $a \cdot b = b \cdot a$. Példa: $17 \cdot 12 = 12 \cdot 17 = 204$;
- ✓ **asszociativitás** (a tényezők csoportosíthatók): $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Példa: $(5 \cdot 21) \cdot 169 = 5 \cdot (21 \cdot 169) = 17\,745$;
- ✓ **a szorzás semleges eleme**: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. Példa: $17 \cdot 1 = 1 \cdot 17 = 17$;
- ✓ **disztributivitás** (széttagolhatóság) az összeadásra nézve: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Példa: $(3 + 2) \cdot 6 = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 30$.
- ✓ **disztributivitás** (széttagolható) a kivonásra nézve: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$. Példa: $(5 - 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = 8$.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. Számítsd ki:
 - a) $12 \cdot 4$; b) $34 \cdot 23$; c) $100 \cdot 56$;
 - d) $123 \cdot 253$; e) $980 \cdot 1\,141$; f) $25\,489 \cdot 0$.
2. Határozd meg azt a természetes számot, amely:
 - a) 5-ször nagyobb, mint 15;
 - b) 35-tel nagyobb, mint a 146 kétszerese;
 - c) 14-gyel kevesebb, mint a 26 háromszorosa;
 - d) 100-szor nagyobb, mint a 23 kétszerese.
3. A szorzás tulajdonságait használva, számítsd ki:
 - a) $2 \cdot 8 \cdot 5$; b) $12 \cdot 5 \cdot 20$; c) $5 \cdot 125 \cdot 18 \cdot 2 \cdot 8$; d) $125 \cdot 37 \cdot 8$;
 - e) $12 \cdot 54 + 46 \cdot 12$; f) $147 \cdot (874 - 74)$; g) $(567 - 17) \cdot (47 + 13)$.
4. Végezd el a szorzásokat, alkalmazva a szorzás disztributív tulajdonságát az összeadásra és kivonásra nézve:

Példa:
$$\begin{cases} 37 \cdot 11 = 37 \cdot (10 + 1) = 37 \cdot 10 + 37 \cdot 1 = 370 + 37 = 407 \\ 37 \cdot 9 = 37 \cdot (10 - 1) = 37 \cdot 10 - 37 \cdot 1 = 370 - 37 = 333 \end{cases}$$

- a) $17 \cdot 99$; b) $345 \cdot 101$; c) $57 \cdot 11$; d) $97 \cdot 999$.
5. Egy gyárban, egy óra leforgása alatt 150 darab üveget töltenek meg vízzel. Hány üveget fognak egy nap alatt megtölteni? És egy hét alatt? (feltételezve, hogy minden órában a megadott mennyiséget palackozzák)
6. A matematika órához szükséges tanszerek: három füzet, egy mértani felszerelés, három ceruza és két golyóstoll. Számold ki mennyibe kerülnek mindezek a kellékek, ha egy füzet ára 6 lej, a mértani felszerelésé 12 lej, egy ceruza 1 lejbe kerül, egy golyóstoll pedig 2 lejbe.
7. Egy mezőgazdász paradicsomot szeretne termesztetni 3 üvegházban. Minden üvegházban, 12 sorban, soronként 56 szál paradicsomtővet ültet el. Ha egy szál paradicsomtő 2 lejbe kerül, mennyit fizet az összesért?
8. Fedezd fel a szabályt, majd folytasd a számsorozatot 3-3 taggal! Indokold meg a válaszaid!
 - a) 1; 2; 4; 8; 16;,,
 - b) 6; 12; 18; 24; 30;,,
9. Írd fel a 24-et, két, három, illetve négy szám szorzataként. Találd meg az összes lehetséges felírást!
10. Határozd meg az a és b természetes számokat, ha tudod, hogy $a \cdot b = 240$ és $a \cdot (b + 5) = 300$.
11. Határozd meg az x természetes számot, amelyre

$$7 \cdot x + 14 \cdot x + 21 \cdot x + 28 \cdot x + \dots + 126 \cdot x = 7 \cdot 9 \cdot 19.$$

I.6. Közös tényező

Szeretnél 10 könyvet és 10 golyóstollat vásárolni. Tudod, hogy egy könyv ára 8 lej, egy golyóstollé pedig 3 lej. Ezekért a tárgyakért hány lejt fogsz kifizetni összesen?



Számolhatsz, például így: $10 \cdot 8 + 10 \cdot 3 = 80 + 30 = 110$.

Ha a könyveket és golyóstollakat, a fenti ábra szerint csoportosítod, akkor akár a következőképpen is végezheted a számításokat: $10 \cdot 8 + 10 \cdot 3 = 10 \cdot (8 + 3) = 10 \cdot 11 = 110$.

A fenti számításban felhasználtuk a disztributivitás tulajdonságát, vagyis a szorzás széttagolhatóságát az összeadásra nézve.

A 10, mint szorzótényező megjelenik mindkét szorzatban, ezért közös **tényezőnek** nevezzük.



Jegyezd meg!

Általában bármely a , b és c természetes szám esetében:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c) \text{ és } a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c), b \geq c.$$

Az a számot **közös tényezőnek** nevezzük.

Oldjuk meg közösen!

Számoljátok ki: $5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100!$

Észrevehetjük, hogy az összeg minden tagja felírható az 5, és egy másik természetes szám szorzataként. Így az 5-öt közös tényezőként kiemelhetjük.

$$\begin{aligned} 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100 &= 5 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + \dots + 5 \cdot 20 = \\ &= 5 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20) = 5 \cdot [(20 \cdot 21) : 2] = 1050 \end{aligned}$$

Oldd meg a közös tényező kiemelésével!

1. Számítsd ki:

- a) $12 \cdot 7 + 12 \cdot 3$; b) $6 \cdot 10 + 12 \cdot 10 + 17 \cdot 10$; c) $14 \cdot 22 - 14 \cdot 10 - 14$;
c) $5 \cdot 35 + 5 \cdot 70 - 5 \cdot 5$; e) $43 \cdot 275 + 57 \cdot 275$; f) $175 \cdot 123 + 27 \cdot 123 - 102 \cdot 123$;

2. Emeld ki a közös tényezőt!

- a) $2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c$; b) $5 \cdot x + 5 \cdot y - 5 \cdot z$; c) $7 \cdot a + 7 \cdot b + 49$; d) $3 \cdot x - 3 \cdot y + 3$.

3. Ha $x = 3$ és $y + z = 10$, számítsd ki:

- a) $7 \cdot x + 7 \cdot y + 7 \cdot z$; b) $17 \cdot x + 17 \cdot y + 17 \cdot z - 10$; c) $5 \cdot x + 10 \cdot y + 10 \cdot z$; d) $100 \cdot x - (9 \cdot y + 9 \cdot z)$.

4. Számítsd ki: $(11 + 22 + 33 + \dots + 99) : (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$!

5. Oldd meg a következő követelményeket:

- a) határozd meg az a számot, ha $ab + ac = 520$ és $b + c = 52$;
b) határozd meg az a számot, ha $ab - ac = 45$ és $b - c = 9$;
c) határozd meg $b + c$ összeget, ha $ab + ac + 70 = 170$ és $a = 25$;
d) határozd meg $b - c$ különbséget, ha $ab - ac - 48 = 2$ és $a = 10$.

6. Határozd meg az összes a és b természetes számpárokat, amelyekre igazak a következő

- egyenlőségek! a) $a \cdot b + a = 6$; b) $a \cdot b + b = 5$; c) $a \cdot b + a - 2 = 2$; d) $a \cdot b + b + 2 = 5$



Oldd meg a gyakorlatokat!

1. Számolj és feleltess meg az első sorban levő műveleteket a második sorban levő eredményekkel!

Első sor: a) $99 + 99 \cdot 99$; b) $35 \cdot 87 - 35 \cdot 43 + 44 \cdot 65$; c) $10 + 20 + 30 + \dots + 120$.

Második sor: A) 780; B) 9 900; C) 870; D) 4 400.

2. Ha $x + y = 10$ és $y + 2 \cdot z = 12$, számítsd ki $3x + 8y + 10z$ kifejezés értékét!

3. Határozd meg az x természetes számot tudva, hogy $x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + \dots + 10 \cdot x = 385$.

1.7 Természetes számok maradék nélküli osztása

Az informatika laboratóriumban 4 tanuló ülhet egy padban.

Hány pad szükséges az V. osztály 28 tanulója számára?

Egymás utáni kivonásokat végzünk: $28 - 4 = 24$; $24 - 4 = 20$; $20 - 4 = 16$; $16 - 4 = 12$; $12 - 4 = 8$; $8 - 4 = 4$; $4 - 4 = 0$ és azt tapasztaljuk, hogy a 7 ismételt kivonás végén a különbség 0.

A 28 tanuló 7 padot foglal el.

A feladat megoldása osztási művelettel a következő: $28:4 = 7$.

Az **osztás** egy adott számból, az **osztandóból** (a) való ismételt kivonása ugyanannak a zérótól különböző számnak, amit **osztónak** (b) nevezünk. Azt a számot, amely megmutatja, hogy hányszor lehet elvégezni a kivonást, **hányadosnak** (q) nevezük. Ha végül a különbség 0, azt mondjuk, hogy az **osztás pontos**, vagyis **maradék nélküli**. Így írjuk: $a : b = q, b \neq 0$



Jegyezd meg!

- Az osztás egy másodrendű művelet és a szorzásnak a fordított művelete.
- A maradék nélküli osztás ellenőrzését szorzással vagy osztással végezzük el.
 $a : b = q, b \neq 0$ vagyis $a = b \cdot q$ és $a : q = b$.
Példa: $28 : 7 = 4$, mert $7 \cdot 4 = 28$ és $28 : 4 = 7$.
- Ha az osztandó zéró, akkor a hányados is zéró lesz.
 $0 : x = 0$, bármely x zérótól különböző természetes számra.

Emlékezzünk arra, hogyan osztunk:

| | | | | | |
|------|-----|------|-----|-------|-----|
| 1325 | 5 | 2639 | 13 | 20808 | 102 |
| 10 | 265 | 26 | 203 | 204 | 204 |
| 32 | | 3 | | 40 | |
| 30 | | 0 | | 0 | |
| 25 | | 39 | | 408 | |
| 25 | | 39 | | 408 | |
| 0 | | 0 | | 0 | |



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. Egészítsd ki a következő táblázatot:

| | | | | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----------|-----|-------|-----|-------|-------------|---------|
| a | 126 | 357 | 1 003 400 | 630 | 2 500 | 225 | 4 466 | 239 870 000 | 557 436 |
| b | 3 | 7 | 10 | 9 | 50 | 5 | 11 | 1 000 | 4 532 |
| $a : b$ | | | | | | | | | |

2. Végezd el a következő osztásokat és ellenőrizd a példa alapján a kapott eredményeket:
Példa: $246:6 = 41 \Leftrightarrow 246:41 = 6$ és $41 \cdot 6 = 246$
a) $455:5 =$ b) $120:15 =$ c) $324:18 =$ d) $4\,242:202 =$
e) $56\,211:123 =$ f) $71\,820:1\,596 =$ g) $1\,603\,750:125 =$ h) $106\,505:1\,253 =$
3. Egy termelő 1 245 kg paradicsomot szállít egy bevásárlóközpont számára, olyan kis ládákban, amelyekbe 15 kg paradicsom fér. Számítsd ki, hány ládát használ fel a termelő.
4. Egy raktárban 124 láda szőlő van. Tudva, hogy összesen 1612 kg a tele ládák tömege, számítsd ki mennyi a tömege egy láda szőlőnek.

5. Egészítsd ki a táblázatot:



| Osztandó | Osztó | Hányados |
|----------|-------|----------|
| 456 | 9 | |
| | 43 | 13 |
| 5 760 | 24 | |
| 369 945 | | 45 |

6. Végezd el:

- $44 + 44:4 + 44:11$;
- $24 : 6 + 729 : 27 + 6\ 060 : 60$;
- $16 \cdot 12 - 256:32$;
- $164:4 - 3 \cdot 7 + 2\ 250:45$.

7. A következő esetek mindenikében határozd meg a keresett számot, amely:

- egyenlő az 568 felével;
- egyenlő az 5 648 negyedével;
- egyenlő a 654 harmada és a 712 felének összegével;
- 15-ször kevesebb, mint a 325 és 275 számok összege;
- 17-tel kevesebb mint a 100 ötöde.

8. Húzd alá a hibákat az alábbi gyakorlatokban, majd írd le a helyes megoldást.

$$16:4-2 = 16:2 = 8;$$

$$2 \cdot 3 + 6:6 = 12 \cdot 9:6 = 108:6 = 18;$$

$$24 + 6:6 + 4 = 30:10=3.$$

9. Számítsd ki az a és b számok összegét, tudva, hogy:

$$a + 116 : 2 = (1\ 991:11 - 4) : 3 \quad \text{és} \quad b : 11 - 4 = (4 + 110 : 2) \cdot 3.$$

10. Nagyanyónak 36 almája és 24 barackja van, amit egyenlően eloszt a 4 unokája között.

Mennyi gyümölcsöt kap egy-egy unoka? Oldd meg a feladatot kétféleképpen.

11. Határozd meg az $\overline{a67}$ alakú természetes számokat, tudva, hogy számjegyeinek összege pontosan osztható 3-mal.

12. Egy raktárba 15 láda árú érkezik, mindenikben 48 doboz, minden dobozban 28 könyv található.

A könyveket egyenlően elosztva 21 könyvesboltba szállítják. Mennyi könyvet kap egy-egy könyvesbolt?

Dolgozzatok párban!

13. Határozzátok meg azokat az x természetes számokat, amelyekre fennállnak a következő egyenlőségek:

- $531 - 6 \cdot x = 453$;
- $14 \cdot x - 15 = 13$;
- $12\ 435 \cdot (2 \cdot x - 8) = 0$;
- $512 : (x + 9) = 16$.



Megoldottad a feladatokat? Folytasd!



1. Számítsd ki az A – B – C – D – E útszakasz hosszát, tudva, hogy az AB, BC, CD és DE távolságok rendre a következő műveletek eredményei: $1\ 020 : 12$; $9\ 702 : 154$; $24\ 960 : 320$ valamint $11\ 622 : 894$.

- Végezd el helyesen a következő műveletsort és eredményül azt a számot kapod, ami megegyezik az első ember Holdra lépésének évszámával. $125 \cdot 12 - 246 : 6 + 1\ 200 : 100 + 7\ 684 : 17 + 2\ 116 : 46 =$
- Annának és Andrásnak együtt 648 leje van. Andrásnak háromszor annyi pénze van mint Annának. A két gyerek elhatározza, hogy megvásárolnak egy Legó játékot, amely 128 lejbe kerül. Mennyi pénze marad a két gyereknek külön-külön, ha tudjuk, hogy egyenlő összeget költöttek el.
- Szabolcs gondol egy számra, amelyet megszoroz 17-tel, a kapott eredményhez hozzáadja a 169 és 3 szorzatát, majd a kapott eredményt elosztja 13-mal és így 73-at kap. Karikázd be annak a számnak a betűjelét, amelyre Szabolcs gondolt.
 - 112;
 - 26;
 - 7 514.
- Egy négyzet kerülete egyenlő egy olyan téglalap kerületének a felével, amelynek a hosszúsága 144 méter és a szélessége 12-szer kisebb a hosszúságánál. Határozd meg a négyzet oldalának a hosszát.

1.8 Természetes számok maradékos osztása

Kingának 27 szál virága van, amelyeket ötösével csokrokba rendez.
Hány csokrot tud készíteni Kinga? Hány szál virága marad?



Elvégezve az ismételt kivonásokat,

$27-5 = 22$, $22-5 = 17$, $17-5 = 12$, $12-5 = 7$, $7-5 = 2$, észrevesszük, hogy 5 virágcsokrot készíthetünk, mindenikben 5 virágszállal, és így megmarad 2 szál virágunk.

Ezt az osztás segítségével a következőképpen írhatjuk: $27:5 = 5$ maradék 2.

- Az osztás hányadosa megmutatja a csokrok számát.
- Az osztás maradéka megmutatja a megmaradt virágok számát.



Jegyezd meg!

A maradékos osztás tétele

Két a és b , $b \neq 0$, természetes szám esetén, elosztva az a számot, úgynevezett *osztandót*, a b számmal, amit *osztónak* nevezünk, megkapjuk a q **hányadost** és az r **maradékot**.

Minden osztás esetén a hányados és a maradék egyértelműen meghatározott és a maradék mindig kisebb az osztónál. A négy szám kielégíti a következő egyenlőséget:

$$a = b \cdot q + r, \text{ és } 0 \leq r < b$$

Például: $83\ 462 : 125 = 667$ maradék 87. Tehát: $83\ 462 = 125 \cdot 667 + 87$

$$\begin{array}{r}
 \text{Példa: } 83\ 462 \quad | \quad 125 \\
 \underline{750} \qquad \quad \quad \quad \underline{667} \\
 846 \\
 \underline{750} \\
 962 \\
 \underline{875} \\
 \hline
 87
 \end{array}$$

- A **páros számok** pontosan oszthatóak 2-vel, tehát $2 \cdot k$ alakúak, ahol k egy természetes szám.
- A **páratlan számok** 2-vel való osztási maradéka mindig 1, tehát $2 \cdot k + 1$ alakúak, ahol k egy természetes szám.
- Ha egy n szám a - val való osztási maradéka k , akkor n alakja a következő: $n = a \cdot b + k$ ahol $0 \leq k < a$ és $a \neq 0$.

Oldjuk meg együtt!

1. Találj három egymásutáni páratlan számot tudva, hogy a legnagyobb és legkisebb összege 54.

Megoldás: A három szám alakja $2 \cdot k + 1$, $2 \cdot k + 3$, $2 \cdot k + 5$. Innen következik, hogy:

$$2 \cdot k + 1 + 2 \cdot k + 5 = 54 \text{ és ebből kapjuk } 4 \cdot k + 6 = 54. \text{ Tehát } k = 12. \text{ A keresett számok: } 25, 27 \text{ és } 29.$$

2. Számítsd ki az $a = 11 \cdot 12 \cdot 13 + 25$ számnak 12-vel való osztási maradékát.

Megoldás: $a = 11 \cdot 12 \cdot 13 + 2 \cdot 12 + 1 = 12 \cdot (11 \cdot 13 + 2) + 1$, következik, hogy $a = 12 \cdot 145 + 1$, és mivel $1 < 12$, ezért a -nak 12-vel való osztási maradéka 1.

3. Számítsd ki az $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13 + 15$ számnak 11-el való osztási maradékát.

Megoldás: $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13 + 15 = 11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 11 + 4 = 11 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 1) + 4$.

Jelölje $b = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 12 \cdot 13 + 1$, ezért $a = 11 \cdot b + 4$, és mivel $4 < 11$, ezért a -nak 11-gyel való osztási maradéka 4.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. Határozd meg a következő osztások hányadosát és maradékát, majd ellenőrizd az eredményt a megadott modell szerint: $34 : 7 = 4$, maradék 6 és az ellenőrzés: $34 = 7 \cdot 4 + 6$
a) $95 : 3$; b) $95\ 634 : 140$; c) $126:16$; d) $443\ 150 : 225$; e) $234 : 35$.

2. Egészítsd ki a következő táblázatot:

| | | | | |
|----------|-----|----|------|----|
| osztandó | 456 | | 6575 | |
| osztó | 11 | 42 | 24 | 45 |
| hányados | | 7 | | 3 |
| maradék | | 17 | | 25 |

- a) Határozd meg azt a természetes számot, amelynek 13-mal való osztási hányadosa 6 és a maradék 12. b) Határozd meg azt a természetes számot, amelynek 23-mal való osztási hányadosa 100 és a maradék 5.
- Számítsd ki azoknak a maradékoknak az összegét, amelyeket egy természetes számnak 6-tal való osztásakor kaphatunk.
- Hány természetes számnak lesz a 7-tel való osztási hányadosa 5? Számítsd ki ezeknek a számoknak az összegét.
- Két szám összege 29. Keresd meg ezeket a számokat, tudva, hogy a nagyobbiknak a kisebbikkel való osztási hányadosa 6 és maradéka 1.
- Határozd meg azt a legnagyobb természetes számot, amelyet 30-cal elosztva, a hányados 10-szer nagyobb, mint a maradék.
- Határozd meg azt a természetes számot, amelyet elosztva egy egyjegyű számmal, a maradék 8 és a hányados 10. *Útmutatás: A maradék mindig kisebb, mint az osztó, és mivel a maradék 8, és az osztó egyjegyű, ezért az osztó 9-cel egyenlő.*
- Számítsd ki azoknak a természetes számoknak az összegét, amelyeket 5-tel elosztva, a hányados egyenlő a maradékkal.
- Egy teherautó minden alkalommal 3 tonna homokot tud szállítani. Határozd meg, hányszor kell fordulnia a teherautónak 49 tonna homok elszállításához.
- Egy virágüzletben 342 szál rózsza van. Hány 3 szálás csokrot lehet készíteni belőlük? Állapítsd meg, hogy 15 szálás csokrok készítéséhez fel kell-e használni minden szál rózsát.

Dolgozzatok négytagú csoportokban!

- Határozzátok meg azokat a zérótól különböző természetes számokat, amelyeket 7-tel elosztva, a hányados egyenlő a maradék duplájával.
- Egy a szám 24-el való osztási maradéka 16. Mennyi az a szám 8-cal való osztási maradéka? Hát az a 4-gyel való osztási maradéka?
Útmutatás: $a: 24 = b$. maradék 16 $\Rightarrow a = 24 \cdot b + 16 = 8 \cdot (3 \cdot b + 2)$ tehát az a szám 8-cal való osztási maradéka 0.
- a) Mutassátok ki, hogy nem léteznek olyan természetes számok, amelyeket 27-tel osztva a maradék 9, és 3-mal osztva a maradék 2.
b) Mutassátok ki, hogy nem léteznek olyan természetes számok, amelyeket 28-cal osztva a maradék 7, és 7-tel osztva a maradék 5.
Útmutatás: a) Ha $n: 27 = q$ a maradék 9, akkor $n = 27 \cdot q + 9 = 9 \cdot (3 \cdot q + 1)$, ami azt mutatja, hogy az n szám pontosan osztható 3-mal, tehát a maradék nem lehet 2.
- Határozzátok meg az $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 27 \cdot 28 + 20$ szám 17-tel való osztási maradékát.



Megoldottad az előző gyakorlatokat? Folytasd!

- Határozd meg a következő osztások hányadosát és maradékát: a) $2\,348 : 15$; b) $125\,673 : 32$; c) $987:123$;
- Határozd meg azt a számot, amelyet 100-zal osztva, a hányados 99 és a maradék 98.
- Keresd meg azt a két természetes számot, amelynek összege 72, és a nagyobbikat a kisebbikkel osztva, a hányados 2 és a maradék 15.
- Elosztva két természetes számot egymással, a kapott hányados negyede az osztónak, a maradék pedig a hányados fele. Írd fel az osztást, tudva, hogy az osztó, a hányados és a maradék összege 99.
- Határozd meg az $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2018 + 2018$ számnak 2017-tel való osztási maradékát.
- Számítsd ki a következő összegeket:

a) $s = 4 + 7 + 10 + \dots + 91$ b) $s = 6 + 11 + 16 + 21 + \dots + 101$.

Útmutatás: Észre vesszük, hogy az összeg tagjai „hármanként” következnek és a 3-mal való osztási maradékuk 1.

A maradékos osztás tételét használva: $4 = 3 \cdot 1 + 1$, $7 = 3 \cdot 2 + 1$, $10 = 3 \cdot 3 + 1$, ..., $91 = 3 \cdot 30 + 1$.

Az összegnek 30 tagja van és a következőképpen írható: $s = 3 \cdot 1 + 2 + 3 + \dots + 30 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{30 \text{ db}}$.

1.8. FELMÉRŐ

I. TÉTEL

Egy vonat négy nap alatt teszi meg a táblázatban feltüntetett távolságokat. Tanulmányozd figyelmesen az adatokat, hogy helyesen válaszolj a követelményekre:

| Nap | 1 nap | 2 nap | 3 nap | 4 nap |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| Megtett út km-ben | 1 150 | 1 375 | 1 105 | 1 257 |



1. Karikázd be a helyes választ.

Melyik napon tette meg az utas a legtöbb km-t?

- a) az első napon; b) a második napon;
c) a harmadik napon; d) a negyedik napon.

2. Az első két nap megtett távolság hossza:

- a) 2 525 km; b) 2 425 km; c) 2 380 km; d) 2 407 km.

3. Egészítsd ki a felmérő lapon a pontozott helyeket, úgy, hogy a kijelentés igaz legyen:

- a) A negyedik napon km-rel több utat tett meg, mint az első napon.
b) A vonat 125 km utat tesz meg egy óra alatt. Az utazás időtartama a második napon óra.
c) Egy repülőgép egy nap 12-szer nagyobb távolságot tesz meg, mint a vonat a harmadik napon.

A repülőgép által megtett távolság km.

II. TÉTEL

Egészítsd ki a felmérő lapon a pontozott helyeket, úgy, hogy a kijelentés igaz legyen:

- a) A 84 negyedének és a 15 háromszorosának az összege egyenlő
b) A 121 és a 34 duplája közötti különbség egyenlő
c) A 48 és 32 számok különbségének duplájából és a legkisebb kétjegyű, azonos számjegyekből álló, páros szám feléből alkotott szorzat a következő
d) Az 58 és 27 számok összegének és a 46 és 29 számok különbségének a hányadosa

III. TÉTEL

1. A $10 \cdot 8 - 6 - 2:2$ gyakorlatban tedd ki a kerek zárójelt úgy, hogy az eredmény rendre 0, 19, illetve 10 legyen.
2. Hány gramm egy csomag kávé, ha a 135 csomag kávé tartalmazó doboz tömege 36 900 g, és a doboz tömege pedig 450g.
3. Mennyi lett az osztandó, ha a hányados egyjegyű szám, a maradék háromszor kisebb, mint a hányados, az osztó pedig 11-szer nagyobb a hányadosnál. Keresd meg az összes lehetőséget.
4. Számítsd ki a következő összeget: $11 + 22 + 33 + \dots + 198$.

Munkaidő: 50 perc

Javítókulcs: 10 pont hivatalból. I. TÉTEL: 30 pont, II. TÉTEL: 20 pont, III. TÉTEL: 40 pont.



Szórakozzunk!

Írd fel a születésed hónapjának megfelelő számot. Januárnak megfelel az 1, februárnak a 2, és így tovább. Az így kapott számot szorozd meg 5-tel, azután adj hozzá 6-ot. Az eredményt szorozd meg 4-gyel. Majd adjál hozzá 9-et és szorozd meg újból az eredményt 5-tel. Végül add hozzá azt a számot, amelyik a te születésnapodat jelöli. Az egészből vond ki a 165-öt. Az eredmény egy olyan szám kell, hogy legyen, amelyik a születési hónapod és napod egymásután írásából keletkezik. Működött? Próbáld ki a padtársaddal is!

1.9. Elmélyítés

1. Egészítsd ki a pontozott helyeket, úgy, hogy a kijelentés igaz legyen:
 - a) a 154 234 számot betűkkel a következőképpen írjuk:
 - b) a kétmillió- ötszázhuszezer- háromszázöt számjegyekkel leírva:
 - c) a legkisebb négyjegyű, különböző számjegyekből álló természetes szám egyenlő:
 - d) a legnagyobb háromjegyű, különböző számjegyekből álló természetes szám egyenlő:
 - e) a 244-nél 87-tel nagyobb szám egyenlő:
 - f) a 2 001-nél 87-szer kisebb szám a következő:
 - g) a 17 háromszorosának és a 201 harmadának az összege egyenlő:
2. Ábrázold a számtengelyen a következő számokat: 11, 15, 17, 18 és 21.
3. Kerekítsd tízezrekre, hiánnyal és többlettel, a 295 836 számot.
4. Rendezd növekvő sorrendbe az összes 3, 4 és 7 számjegyekből képezhető, különböző számjegyű háromjegyű számokat.
5. Határozd meg az a, b, c és d számjegyeket, amelyekre $\overline{7a9b} = c \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + d \cdot 10 + 8$.
6. Határozd meg azt a természetes számot, amely $\overline{3a5bc9d}$ alakú és egyenlő a fordítottjával.
7. Hány $\overline{a3b}$ alakú, páros természetes szám van?
8. Végezd el:
 - $13 \cdot 9 - 48 : 6 + 12 \ 650 : 11 = ;$ b) $32 \cdot 17 + 7 \ 095 : 165 - 78 : 26 = ;$
 - $2002 + \{ [150 - (26 \cdot 15 - 95 \cdot 3) \cdot 2] \cdot 3 - 24 \cdot 5 \} = ;$
9. Határozd meg a következő osztások osztási hányadosát és maradékát, majd ellenőrizd az eredményeket a maradékos osztás tételének segítségével.
Példa: $1 \ 246 : 152 = 8$ maradék 30. *Ellenőrzés:* $152 \cdot 8 + 30 = 1 \ 246$.
a) $34 \ 711 : 112$; b) $90 \ 705 : 304$.
10. Határozd meg az összes x természetes számot, amelyre $21 + 3 \cdot x < 30$.
11. Andrásnak, Péternek és Imrének együtt 763 leje van. Miután mindenik ugyanannyi pénzt költ el, a három gyereknek rendre 213 leje, 146 leje, illetve 167 leje marad. Határozd meg mennyi pénze volt eredetileg minden gyereknek külön - külön.



Legyünk ügyesebbek!

1. a) Határozd meg, hány számjegyre van szükség egy 125 oldalas könyv megszámozásához.
b) Egy könyv oldalainak a megszámozásához 522 számjegyet használtak fel. Hány oldalas a könyv?
2. Számítsd ki, a közös tényező kiemelésével:
 - $73 \cdot 538 - 73 \cdot 500 - 73 \cdot 37$; b) $3+6+9+ \dots +90$;
 - $300 \cdot 299 + 299 \cdot 298 - 598 \cdot 198$.
3. Egy 41 éves apának négy gyereke van, amelyek rendre 8,6, 4 illetve 2 évesek. Számítsd ki, hogy hány év múlva lesz az apa annyi idős, mint a gyerekei életkorának az összege.
4. Határozd meg azt az x természetes számot, amelyre: $(12 \cdot x + 24) : 12 - 625 : 125 = 1$.
5. Két szám szorzata 72. Az egyik számot 10-zel megnövelve a szorzat 92 lesz. Határozd meg a két számot.
6. Két szám összege 130. Határozd meg a két számot, tudva, hogy ha a nagyobbikat osztjuk a kisebbikkel, a hányados 2, a maradék pedig 25.
7. Számítsd ki az osztandó és osztó közötti különbséget, tudva azt, hogy az osztó 27, a hányados kétharmada az osztónak, a maradék pedig a legnagyobb egyjegyű szám.
8. Adott a következő számsorozat: 6, 13, 20, 27, 34,
 - Ellenőrizd, hogy a 2015 tagja - e a sorozatnak.
 - Keresd meg a sorozat 2015. tagját.
9. Határozd meg azokat az (x, y) alakú természetes számokból álló számpárokat, amelyekre: $2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y = 8$.
10. A közös tényező módszerét alkalmazva, számítsd ki:
 - a $\cdot c - c \cdot b$ értékét, ha $a - b = 24$ és $c = 3$;
 - $7 \cdot a + 9 \cdot b + 2 \cdot c$ értékét, ha $a + b = 43$ és $b + c = 15$.

II. HATVÁNYOK

II.1. Egy természetes szám természetes hatványkitevőjű hatványa

Az egyenlő tényezőkből álló $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ szorzatot úgy is írhatjuk, hogy 5^9 és a következőképpen olvassuk: „öt a kilencedik hatványon”.



Ebben a felírásban az 5-öt *alapanak*, a 9-et *hatványkitevőnek* nevezzük.

Jegyezd meg!

Ha a és n természetes számok és $n \geq 2$, akkor $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, ahol a -t a **hatvány alapjának**,

n -et pedig **hatványkitevőnek** nevezzük és „ a az n -edik hatványon”-nak olvassuk.

Mivel a hatványozás egy szorzási művelet az összeadási és kivonási műveletek előtt kell elvégezni.

Oldjuk meg együtt!

$$10^1 = 10; \quad 10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000; \quad 25^2 = 25 \cdot 25 = 625; \quad 3^2 + 2^2 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 9 + 4 = 13$$

Megjegyzések:

- a^2 -t „ a a második hatványon”-nak vagy „ a a négyzeten”-nek olvassuk.
- a^3 -t „ a a harmadik hatványon”-nak vagy „ a a köbön”-nek olvassuk.
- Megegyezés alapján $a^0 = 1$ bármely a nem nulla természetes szám esetén és $a^1 = a$ bármely a természetes szám esetén. Nincs értelme a 0^0 kifejezésnek.

Például: három a négyzeten $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ és kettő a köbön $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

- Egészítsd ki a pontozott részeket úgy, hogy a kijelentés igaz legyen:
 - A 4^3 felírásban a 4-es szám az jelöli, míg a 3-as szám a
 - A 2017^0 hatvány értéke
 - A 27-es szám 3-as alapú hatványként a következőképpen írható fel
- Hasonlítsd össze a 8 a négyzeten és 4 a köbön számok nagyságát. Mit figyeltetek meg?
- Írd fel a következő szorzatokat természetes kitevőjű hatványokként:
 - $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; b) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$; c) $\underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{2018 \text{ tényező}}$; d) $5 \cdot 25$
- Végezd el a következő műveleteket: a) $2^2 + 2^4 + 2^0$; b) $4^3 - 7^0$; c) $121^0 : 1^{121}$; d) $(7 - 5)^2 : 4$
- Töltsd ki a következő táblázatokat:

| a^n | Alap | Hatványkitevő |
|------------|------|---------------|
| 12^{32} | | |
| 213^{25} | | |

| a | b | $a^2 + b^2$ | $(a+b)^2$ |
|---|---|-------------|-----------|
| 1 | 2 | | |
| 2 | 3 | | |

Négyfős csoportokban dolgozzatok!

Észre vesszük, hogy a $13 \cdot 28 \cdot 37 = 13468$ szorzat utolsó számjegye 8, ha összeszorozzuk minden szorzótényező utolsó számjegyét, akkor $3 \cdot 8 \cdot 7 = 168$ -at kapunk. Tehát egy természetes számokból álló szorzatnak az utolsó számjegye egyenlő lesz a szorzatban szereplő tényezők utolsó számjegyeinek a szorzatával.

- Határozzátok meg a következő számok utolsó számjegyét: a) 10^7 ; b) $5^2 \cdot 5^3$; c) 11^3 ; d) 6^4
- Vizsgáljátok meg, hogy mennyi lesz a 0, 1, 5 vagy 6-ban végződő természetes számok utolsó számjegye, ha őket egy tetszőleges nem nulla hatványra emeljük. Tanulmányozzátok azokat az eseteket is, amikor az adott természetes szám utolsó számjegye 2, 3, 4, 7, 8 vagy 9 közül valamelyik. Mit figyeltetek meg?

Matematikai nyelvezetben az $u(n)$ **jelölés** az n természetes szám utolsó számjegyét jelenti. Például: $u(297) = 7$.

Gyakorolj!

- Számítsd ki:
 - $2^3 + 3^3$; b) $1^2 + 2^2 + 3^2$; c) $(1+2+3)^2$; d) $2^2 \cdot 1001 - 41^2$; e) $\left[(2^2 - 3) \cdot 7 + 7^0 \right] : 2^3$.
- Írd fel a 9 számot 2-es alapú hatványok összegeként. (Sorold fel az összes lehetőséget).
- Számítsd ki a következő számok négyzetét és köbét:
 - 8; b) 9; c) 11; d) 12; e) 25; f) 102.
- Határozd meg a következő hatványok utolsó számjegyét: a) 5^{62} ; b) 8^{33} .

II.2. Hatványokkal végzett műveletek szabályai

• AZONOS ALAPÚ HATVÁNYOK SZORZÁSA

Végezzük el a következő matematikai műveletet: $3^4 \cdot 3^5 = \left(\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ tényező}}\right) \cdot \left(\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5 \text{ tényező}}\right) = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4+5 \text{ tényező}}$

Észrevesszük, hogy: $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$



Jegyezd meg!

Két vagy több, azonos alapú hatványnak a szorzata egy olyan hatvány, amelynek ugyanaz az alapja, mint az eredeti hatványoknak és a hatványkitevője a szorzótényezők kitevőinek összegével egyenlő.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{ ahol } a, m \text{ és } n \text{ természetes számok}$$

Oldjátok meg párban!

1. Számítsátok ki, használva a $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ szabályt:

a) $13 \cdot 13^6 \cdot 13^5$, b) $23^3 \cdot 23^7 \cdot 23^0$, c) $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16$ *Útmutatás:* $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$, $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ és $16 = 2^4$

2. Határozzátok meg azokat az a és b természetes számokat, amelyekre teljesülnek a következő egyenlőségek:

a) $2^2 \cdot 2^a = 2^5$; b) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^b = 3^{12}$; c) $5^a \cdot 5^b = 5^3$ (írjátok fel az összes lehetőséget).

• HATVÁNY HATVÁNYA

Elvégezzük a következő matematikai műveletet: $(3^4)^3 = 3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4 = 3^{4+4+4} = 3^{12}$.

Észrevesszük, hogy: $(3^4)^3 = 3^{4 \cdot 3} = 3^{12}$.



Jegyezd meg!

Egy természetes szám hatványának a hatványa, ugyanennek a természetes számnak olyan hatványa, melynek kitevője a kitevők szorzatával egyenlő.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \text{ ahol } a, m \text{ és } n \text{ természetes számok}$$

Figyelem! $4^3 = 4^9$ és $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Oldjátok meg párban!

3. Számítsátok ki, használva az $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ szabályt:

a) $(2^3)^4$; b) $(12^1)^{12}$; c) $((4^2)^3)^5$; d) $(2^3)^4 \cdot (2^2)^5$; e) $(2017^{2017})^0$; f) $(2^2)^2 + (3^{21})^0 - 1^{2018}$.

• SZORZAT HATVÁNYA

Végezzük el a következő matematikai műveletet:

$$(3 \cdot 2)^3 = (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 3^3 \cdot 2^3$$

Észrevesszük, hogy: $(3 \cdot 2)^3 = 3^3 \cdot 2^3$.



Jegyezd meg!

Egy szorzatot úgy emelünk hatványra, hogy minden tényezőjét az adott hatványra emeljük.

Oldjátok meg párban!

4. Számítsátok ki, használva az $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ szabályt:

a) $(5 \cdot 2)^2 =$; b) $(3^2 \cdot 2)^3 =$; c) $(2^2 \cdot 3)^2 - 16 \cdot 3^2 =$; d) $(5 \cdot 2^3)^2 - 24 \cdot 2^6 =$; e) $(5 \cdot 2)^6 - (10^2)^3 =$.

• AZONOS ALAPÚ HATVÁNYOK OSZTÁSA

Tudjuk, hogy $5^3 \cdot 5^4 = 5^7$ tehát innen következik, hogy $5^7 : 5^3 = 5^4$ vagy $5^7 : 5^4 = 5^3$

Észrevesszük, hogy: $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3$ és $5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4$

Jegyezd meg!

Két azonos alapú hatvány hányadosa egy olyan hatvány, amelynek ugyanaz az alapja, mint az eredeti hatványoknak és hatványkitevője egyenlő az osztandó hatványkitevőjének és az osztó hatványkitevőjének a különbségével.

$$a^m : a^n = a^{m-n}, \text{ ahol } a, m \text{ és } n \text{ természetes számok, } m \geq n \text{ és } a \neq 0$$



Oldjátok meg párban!

1. Számítsátok ki, használva az

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ szabályt:}$$

- a) $13^6 : 13^5$; b) $23^7 : 23^2 : 23$; c) $(2^3)^5 : 2^{10}$;
 d) $11^{50} : 11^{45} - 11^5$; e) $(3^2 \cdot 5)^3 : (3^6 \cdot 5^3)$;
 f) $4^{12} : 2^{23} + 9^{15} : 3^{29}$; g) $(3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^{200}) : 9^{103}$.

Útmutatás: $4=2^2$ és $9=3^2$.

Oldd meg a gyakorlatokat és a feladatokat!

1. Az első oszlop feladatainak keresd meg az eredményét a második oszlopban:

- | | |
|--|-------------|
| a) $2^{67} : 2^{65}$ | A. 12 |
| b) $2^3 + 2^2$ | B. 6^2 |
| c) $3^{124} : 3^{120}$ | C. 4 |
| d) $2^2 \cdot 3^2$ | D. 5^{15} |
| e) $(5^3)^5$ | E. 0 |
| f) $4^{13} : 4^{10} - 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3$ | F. 81 |
| | G. 5^8 |

2. Felhasználva a hatványokra vonatkozó számítási szabályokat, végezd el a következő számításokat:

- | | |
|--|---|
| a) $4^{25} : 4^{23} - 3^{23} : 3^{21}$; | e) $5^{176} \cdot 5^0 \cdot 5^{24} : 5^{199}$; |
| b) $(14-11)^{25} : (23-20)^{23}$; | f) $2^{24} \cdot 3^{24} - 6^{24}$; |
| c) $(3^3)^8 : (3^6 \cdot 3^4)$; | g) $(5^7 + 5^8 + 5^9) : 5^6$; |
| d) $24^3 : 6^3 - 4^{23} : 4^{20}$; | h) $(7^4 + 2 \cdot 7^5 + 3 \cdot 7^6) : 162$ |

Útmutatás: $24^3 : 6^3 = (24:6)^3 = 4^3$.

3. Karikázd be a helyes válasz betűjét:

- a) A $b = (4^5)^3 : (2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4)^3$ természetes szám értéke: A. 8; B. 0; C. 4; D. 1.
 b) Az $a = 2^2 \cdot 2^3 \cdot 5^5 : 5^3 - (7^5)^0$ természetes szám értéke: A. 6; B. 0; C. 7; D. 38.

4. Számítsd ki: a) $81^7 : 3^{5^2}$, b) $4^{12} : 2^{22} - 8^9 : 2^{26}$, c) $(25^2 \cdot 5^4)^3 : 5^{22} - 2^{2^2}$

Négyfős csoportokban dolgozzatok!

5. Határozzátok meg azokat az a és b természetes számokat, amelyekre teljesülnek az egyenlőségek:

- a) $2^{12} : 2^a = 2^5$; b) $3^2 \cdot 3^4 : 3^b = 3$; c) $7^{24} = (7^a)^b$ (Határozzátok meg az összes lehetőséget);
 d) $5^5 : (5^b \cdot 5^a) = 5^3$ (Határozzátok meg az összes lehetőséget).

6. Hasonlítsátok össze az $a = \left[(2^8)^3 : (2^6 + 2^6) : 8 - 8^6 : 4^5 : 16 \right] : 2^{12} + 2$ és
 $b = 3^{46} : \left[9^{22} + 3^{20} \cdot 27^8 + 9^{30} : 81^4 \right] - 2^{23} : (2^{22} + 2^{22})$ számokat.

7. Igazoljátok, hogy az alábbi egyenlőségek teljesülnek, bármely n természetes szám esetén:

- a) $(3^2 \cdot 5^n + 4^2 \cdot 5^n) : 5^{n+2} = 1$ b) $18 \cdot 7^n - 11 \cdot 7^n = 7^{n+1}$.

8. Számítsátok ki:

- a) $5^{23} : 5^{21} + 2^6 \cdot 2^4 - (2^2)^5$; b) $5^4 \cdot 3^4 - 15^{2^2}$; c) $(16-12)^4 : 4^3 - 3^7 : (3^2 - 6)^6$.

9. Írjátok fel hatvány alakban a következő műveletsor eredményét: $(2^6 \cdot 4^3 \cdot 8^2)^5 : 16^3$.

II.3. Egy természetes szám négyzete

Emlékezzünk, hogy 5^2 úgy olvasható, hogy „öt a második hatványon”, vagy „öt a négyzeten” és általában mondhatjuk, hogy egy természetes szám második hatványát az adott szám négyzetének is nevezzük.

Példák: 0 a 0 négyzete, mert $0^2 = 0$, 9 a 3 négyzete, mivel $3^2 = 9$,

25 az 5 négyzete, mivel $5^2 = 25$, 12^{26} a 12^{13} szám négyzete, mivel $12^{26} = (12^{13})^2$.

Általánosan a^{2k} az a^k szám négyzete, mert $a^{2k} = (a^k)^2$, az a és a k természetes számok

bármilyen értékére, kivételt képez az $a = k = 0$ eset.

Számolás útján fedezzük fel és jegyezzük meg!

1. Számítsátok ki a 0-tól 20-ig terjedő természetes számok négyzeteit.

Észrevesszük, hogy bármely természetes szám négyzetének utolsó számjegye a 0, 1, 4, 5, 6 vagy 9 valamelyike lehet.

Egy természetes szám négyzetének nem lehet 2, 3, 7 vagy 8 az utolsó számjegye!

Példa: Az $a = 5^{1234} + 2$ szám nem lehet egy természetes szám négyzete, mert utolsó számjegye 7.

Figyelem! A 35 nem lehet négyzete egy természetes számnak, mert két egymásután következő szám négyzete között helyezkedik el: $5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2$



Jegyezd meg!

Két egymásután következő természetes szám négyzetei között elhelyezkedő szám, nem lehet egy természetes szám négyzete.

Oldjuk meg együtt!

1. Igazoljátok, hogy a $25 \cdot 4^7 \cdot 121^5$ szám egy természetes szám négyzete.

Megoldás: $25 \cdot 4^7 \cdot 121^5 = 5^2 \cdot (2^2)^7 \cdot (11^2)^5 = (5 \cdot 2^7 \cdot 11^5)^2$, tehát az $5 \cdot 2^7 \cdot 11^5$ szám négyzete.

2. Igazoljátok, hogy az $a = 5^{2n+3} - 5^{2n+2}$ szám egy természetes szám négyzete.

Megoldás: $a = 5^{2n+3} - 5^{2n+2} = 5^{2n+2} \cdot 5 - 5^{2n+2} = 5^{2n+2} \cdot (5-1) = 5^{2n+2} \cdot 4 = 5^{2(n+1)} \cdot 2^2 = (5^{n+1} \cdot 2)^2$

ahonnan következik, hogy a az $5^{n+1} \cdot 2$ szám négyzete.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. Írd fel azokat a természetes számokat, amelyeknek négyzete kisebb, mint 150.

2. Igazold, hogy az alábbi számok természetes számok négyzetei:

a) 64; b) 121; c) 10 000; d) 11^4 ; e) $21^{17} \cdot 21^{13}$; f) $17^{13} \cdot 17^{19}$; g) $(7^3)^6$.

3. Illeszd be a következő számokat két, egymásután következő, természetes szám négyzete közé:

a) 45; b) 129; c) 246; d) 2^7 ; e) 3^5 .

4. Igazold, hogy a következő számok nem lehetnek egyetlen természetes szám négyzete sem:

a) 123 123; b) 17^{17} ; c) $134 \cdot 2347$; d) $5^2 + 3^2$; e) $6^{34} + 2$; f) 5^{2n+3} ahol n egy természetes szám.

5. Indokold meg, hogy miért nem lehetnek az $5 \cdot n + 3$ és $5 \cdot n + 2$ alakú számok természetes számok négyzetei, ahol n egy természetes szám.

Négyfős csoportokban dolgozzatok!

6. Igazoljátok, hogy az $a = 3^6 \cdot 9^n$, $b = 3 \cdot 4^n + 4^n$ és $c = 36^n + 4^n \cdot 3^{2n+1}$ számok, természetes számok négyzetei, bármely n természetes szám esetén.

Dolgozzatok párban!

7. Határozzátok meg azokat a természetes számokat, amelyek négyzete egyenlő a következő számmal:

a) $n = 13 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 12)$; b) $n = 1003 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 1002)$.



Befejezted a gyakorlatokat? Folytasd!

1. Írd fel a 13 számot két négyzetszám összegeként.

2. Írd fel a 13^{121} számot két négyzetszám összegeként

3. Igazold, hogy az $n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 + 2$ szám nem lehet egy természetes szám négyzete.

II.4. Hatványok összehasonlítása

Össze akarjuk hasonlítani a 3^4 és 3^2 számokat. Mivel $3^4 = 81 > 9 = 3^2$ következik, hogy a nagyobb hatványkitevőjű szám a nagyobb.



Jegyezd meg!

Két azonos alapú hatvány közül az a nagyobb, amelynek a hatványkitevője nagyobb.

$$a^m > a^n, \text{ ha } m > n, \quad a > 1 \text{ és } a, m, n \text{ természetes számok}$$

Összehasonlítva most a $3^4=81$ és $2^4=16$ számokat, észrevesszük, hogy a nagyobb alapú hatvány a nagyobb.



Jegyezd meg!

Két azonos hatványkitevőjű hatvány közül az a nagyobb, amelynek az alapja a nagyobb.

$$a^m > b^m, \text{ ha } a > b, \quad a, b \geq 2, \quad m \geq 1, \quad a, b, m \text{ természetes számok}$$

Oldjuk meg együtt!

1. Ahhoz, hogy összehasonlítsuk a 3^{24} és 9^{13} számokat, észrevesszük, hogy $9=3^2$ és alkalmazva a hatványokra vonatkozó számítási szabályokat kapjuk, hogy: $9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{2 \cdot 13} = 3^{26}$. Ebben az esetben a hatványoknak azonos az alapja. Mivel $3^{24} < 3^{26}$ következik, hogy $3^{24} < 9^{13}$.

2. Ahhoz, hogy összehasonlítsuk a 3^{24} és 2^{36} számokat, észrevesszük, hogy a hatványkitevők felírhatók úgy is, mint: $24 = 2 \cdot 12$ és $36 = 3 \cdot 12$. Így kapjuk, hogy $3^{24} = 3^{2 \cdot 12} = (3^2)^{12} = 9^{12}$, illetve $2^{36} = 2^{3 \cdot 12} = (2^3)^{12} = 8^{12}$. Mivel $9^{12} > 8^{12}$ a második szabály alapján következik, hogy $3^{24} > 2^{36}$.

3. Ahhoz, hogy összehasonlítsuk a 2^{41} és 3^{24} számokat, mivel nincs lehetőségünk azonos alapra, vagy hatványkitevőre hozni a hatványokat, a következőképpen járunk el: felírjuk, hogy $2^{41} = 2^{40} \cdot 2 = 2^{10 \cdot 4} \cdot 2 = (2^{10})^4 \cdot 2 = 1024^4 \cdot 2$ és $3^{24} = 3^{6 \cdot 4} = (3^6)^4 = 729^4$.

Mivel $1024^4 > 729^4$ következik, hogy $1024^4 \cdot 2 > 729^4$, tehát $2^{41} > 3^{24}$.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

1. A kis négyzetbe (\square) tedd a megfelelő jelet ($<$, $>$, $=$):

a) $5^{23} \square 5^{34}$; b) $26^{12} \square 26^{24}$; c) $2017^{1+2+3+4} \square 2017^{3^2}$;
d) $7^{34} \square 17^{34}$; e) $1209^3 \square 1290^3$; f) $451^0 \square 451^2$.

2. Hasonlítsd össze a következő számokat:

a) 78^0 és 87^0 ; b) 5^{24} és 25^{10} ; c) 11^{33} és 33^{11} ; d) 36^{125} és 6^{54} ; e) 3^{2^3} és $(3^2)^4$.

3. Rendezd növekvő sorrendbe a következő számokat:

a) 2^{26} , 4^{14} , 8^8 , 16^5 ; b) 2^{44} , 3^{22} , 5^{22} , 7^{11} ; c) 5^{60} , 3^{100} , 7^{80} .

Befejezted a gyakorlatokat? Folytasd!

1. Hasonlítsd össze a következő számokat:

a) 15^2 és 15^5 ; b) $(3+4)^2$ és 3^2+4^2 ; c) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{10}$ és 3^{44} .

2. Határozd meg azokat az n természetes számokat, amelyre igaz a következő reláció:
 $5^4 \leq 5^n \leq 25^4$.

3. Karikázd be az „I” betűt ha az állítás igaz, ellenben a „H” betűt, ha az állítás hamis:

| | | |
|---|--|---|
| a) A 3^{360} és 9^{180} számok egyenlők. | | H |
| b) Az 5^{24} szám kisebb, mint a 7^{35} szám. | | H |
| c) A 2^{36} szám nagyobb, mint a 4^{18} szám. | | H |

4. Az $a = 32^8$, $b = 2^{42}$ és $c = 16^{12}$ számok növekvő sorrendje a következő:

A. $a < b < c$; B. $a < c < b$; C. $c < b < a$; D. $b < a < c$.

II.5. Számok felírása tízes illetve kettes alapú számrendszerben

Emlékezzünk vissza, hogy minden természetes szám felírható úgy, mint szorzatok összege a következőképpen: $1258 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8$ vagy $1258 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 8$.

Általánosan, egy szám felírása $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$ alakban, a **tízes alapú számrendszerben való felírást** jelenti, ahol $a \neq 0$, a, b, c és d pedig 0-tól 9-ig terjedő számjegyeket jelölnek. Egy számnak a tízes alapú számrendszerben való felírása azon alapszik, hogy valamely 10 egység egy felsőbbrendű egységet alkot.

Példák: $76 = 7 \cdot 10 + 6$ és $4 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 1 = 462591$.

Az idők folyamán különböző számrendszereket használtak. Például a sumérek 60-as alapú számrendszert, míg a maják a 20-as alapú számrendszert használták. Ha az alap kisebb volt, kevesebb szimbólumot használtak, de a leírt szám annál hosszabb volt.

Az a számrendszer, amely a számítógépek működésének alapjául szolgál, a kettes számrendszer, vagy **bináris számrendszer**. Azon alapszik, hogy a 2 egység egy felsőbbrendű egységet alkot, ebben a számrendszerben csak a 0 és az 1 számjegyeket használják.

$$\overline{abcd}_{(2)} = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2^1 + d,$$

ahol $a=1$ és a b, c és d számok a 0 vagy 1 számjegyek egyike.

Átváltás a 10-es alapú számrendszerből a 2-es alapú számrendszerbe

Ha 10-es alapú számrendszerből akarunk átváltani 2-es alapú számrendszerbe, a következőképpen járunk el: a számot elosztjuk 2-vel és megjegyezzük a maradékot, ezután a kapott hányadost megint elosztjuk 2-vel és újból megjegyezzük a maradékot. Az eljárást addig folytatjuk, amíg a hányados 1 lesz.

A 2-es számrendszerben felírt számot úgy kapjuk meg, hogy leírjuk az utolsó hányadost, majd sorba a maradékokat az utolsótól az elsőig.

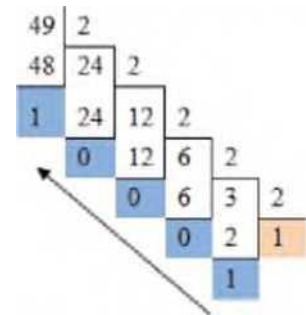
Példa: a 49 számot a következőképpen írjuk át 10-es alaplól 2-es alaba:

$$\text{Tehát } 49_{(10)} = 10001_{(2)}$$

A 2-es alapú számrendszerből a 10-es alapú számrendszerbe való átváltás

a következőképpen történik: $110001_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 = 32 + 16 + 1 = 49$;

Észre vesszük, hogy a 49-es számnak a 10-es alapú számrendszerből a 2-es alapú számrendszerbe való átírásakor, a 2 hatványainak összegét használjuk.



Oldd meg az alábbi gyakorlatokat és feladatokat!

- Írd fel azokat a természetes számokat, amelyek felbontásai a következők:
 - $2 \cdot 10 + 4$;
 - $6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10 + 5$;
 - $3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10 + 3$;
 - $1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 + 9$;
 - $1 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10 + 9$.
- Írd át 2-es számrendszerbe az $1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2 + 1$ és határozd meg a számjegyek számát.
Útmutatás: az $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1$ számot úgy írjuk le, hogy $110001_{(2)}$ és észre vesszük, hogy 6 számjegye van.
- Írd fel a 25, 35 és 111 számokat 2 hatványainak összegeként.
- Írd át 2-es alaplól 10-es alaba az $1010111_{(2)}$ számot.

Oldjátok meg párban!

- Határozzátok meg az x és y számjegyeket, tudva, hogy $\overline{x0y} + \overline{xy} + \overline{yx} = 135$.

Gyakorolj!

- Határozd meg x -et amelyre: a) $\overline{12x} + \overline{x2} = 177$; b) $\overline{1x3} + \overline{3x} = 188$.
- Határozd meg az összes \overline{xy} alakú számot amelyek 45-el nagyobbak, mint \overline{yx} .
- Határozd meg az \overline{xy} és \overline{xz} egymásután következő természetes számokat, amelyre $\overline{xy} + \overline{xz} = 51$.
- Hasonlítsd össze a $2^{35} + 2^8$ és $2^{25} + 2^{21} + 2^{12}$ számokat.

Útmutatás: Meghatározzuk a két szám 2-es alapú számrendszerben felírt számjegyeinek számát

II.6. Műveletek elvégzésének sorrendje



Jegyezd meg!

- az összeadás és a kivonás elsőrendű művelet,
- a szorzás és az osztás másodrendű művelet;
- a hatványozás harmadrendű művelet.

Egy zárójelek nélküli műveletsorban a műveletek sorrendje a következő: előbb a harmadrendű műveleteket végezzük el, majd a másodrendű műveleteket és végül az elsőrendű műveleteket. Abban az esetben, ha a műveletsorban vannak zárójelek is, előbb a kerek zárójelben levő műveleteket végezzük el, majd a szögletes zárójelben levőket és végül a kapcsos zárójelben levőket.

Példák:

| | |
|--|---|
| $24 + 35 : 7 = 24 - 5 = 29$ | $48 : 4 - 5 \cdot 2 = 12 - 10 = 2$ |
| $47 - 3^2 \cdot 4 = 47 - 9 \cdot 4 = 47 - 36 = 11$ | $(2^4 \cdot 3 + 12) : 5 \cdot 2 = (16 \cdot 3 + 12) : 5 \cdot 2 = (48 + 12) : 5 \cdot 2 = 60 : 5 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = 24$ |



Oldd meg a gyakorlatokat és a feladatokat!

- Végezd el!
 - $825 + 399 + 175 + 601$;
 - $25 \cdot 125 \cdot 40 - 20 \cdot 125 \cdot 50$;
 - $15 \cdot 24 : 4$;
 - $603 - 389 - 111 + 397$.
- Töltsd ki a táblázatot!

| a | b | c | $a \cdot (b + c)$ | $a \cdot b + c$ | $a + b \cdot c$ | $(a + c) \cdot b$ | $a^2 - b : c$ |
|----|-----|----|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------|
| 10 | 32 | 8 | | | | | |
| 3 | 45 | 9 | | | | | |
| 2 | 21 | 7 | | | | | |
| 10 | 21 | 3 | | | | | |
| 11 | 48 | 16 | | | | | |
| 17 | 225 | 45 | | | | | |

- Oldd meg, betartva a műveletek elvégzésének a sorrendjét!
 - $749 + 945 : 35 + 15 - 16$;
 - $49 - 246 - 125$;
 - $749 + 945 : 35$;
 - $10\ 584 : 189 + 17 \cdot 81$;
 - $23\ 205 : 357 - 16\ 785 : 287$;
 - $25^3 - 8^3$;
 - $37^2 : 37 + 37^0$;
 - $4^5 + 524 : 4 + 127$;
- Számítsd ki!
 - $45 (16 + 25)$;
 - $121 : (45 \cdot 10 - 439)$
 - $[(314 : 2 - 57) + 25] : 25 - 5$
 - $\{[(120 + 2 \cdot 15) : 75 + 4] \cdot 10^2 - 40 \cdot 5\} : 80$
 - $(8^4 : 4^5 + 27^9 : 3^{24} + 2^{12} : 2^{11}) : 3$
 - $4\ 500 - 5 \cdot 450 - 5 \cdot (5^{55} : 25^{27} + 10^2 : 4) \cdot (1 \cdot 2^2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 6^2 + 7) : 42$
 - $48 \cdot (2 \cdot 9 - 2 \cdot 3^2)$
 - $7^2 \cdot (27^3 : 9^4 + 1)$
 - $74 : (2\ 017^{2\ 017} + 2\ 017^0 + 0^{2\ 017})^0$
 - $4 \cdot [23 + 5 \cdot (23 - 4 \cdot 2^2)] + 2\ 017^0$
 - $2^0 + (5^{100} + 5^{99} + 5^{98}) : 5^{98} + 343 : 7^2$
 - $9 + 8 \cdot \{76 - 5 \cdot [4 + 3 \cdot (3^2 - 2^3)]\}$
- Az egyenlőség bal oldalát egészítsd ki kerek zárójelekkel úgy, hogy igaz állításokat kapj!
 - $360 : 9 + 9 - 8 = 12$;
 - $7 \cdot 6 \cdot 5 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 252$;
 - $5 \cdot 4 \cdot 3 + 2 + 1 = 75$.

6. Számítsd ki az a és b számjegyek összegét tudva, hogy: $\overline{5ab} + \overline{ab3} + \overline{b7a} = 906$
7. Az egyenlőség bal oldalát egészítsd ki a megfelelő műveletjelekkel (+, -, •, :) úgy, hogy igaz állításokat kapj!
- $4 \dots 5 \dots 6 = 3$;
 - $24 \dots 6 \dots 6 = 10$;
 - $2 \dots 3 \dots (23 \dots 2) = 0$;
 - $4 \dots 52 \dots 9 \dots 2 = 11$.
8. Határozd meg!
- 8 négyzetének és 18 háromszorosának az összegét;
 - 11 négyzetének és 3 kétszeresének a különbségét;
 - a 48 és 32 számok különbsége kétszeresének, valamint az első két azonos számjegyű páros szám összege felének a szorzatát;
 - az 58 és 27 számok összegének és a 46 és 29 számok különbségének a hányadosát;
 - a 20-nál kisebb természetes számok összegének és a legkisebb kétjegyű páros számnak a hányadosát;
 - az 51-nél kisebb páros természetes számok összegének és 17 háromszorosának a különbségét;



Megoldottad a gyakorlatokat? Folytasd!

- A $(5^2 + 15 \cdot 6) : 5 - 2^2 \cdot 5 + 3$ művelet sor eredménye:
 - 0; b) 6; c) 23.
- Kösd össze a műveleteket a nekik megfelelő eredményekkel!

| | |
|------------------------|-------|
| A. $(2 + 3)^2$ | a) 14 |
| B. $2^2 + 3 \cdot 2$ | b) 10 |
| C. $(2^2 + 3) \cdot 2$ | c) 20 |
| | d) 25 |
- Végezd el a művelet sorokat!
 - $10 + 4 \cdot 3^2 - 7 \cdot 5 - (3 + 2^3)$;
 - $2017 - \{ [42 - (5^2 \cdot 14 - 85 \cdot 4) \cdot 2] \cdot 3 + 2^6 \}$;
 - $(10^2 - 7^2 + 5^4) \cdot (223^0 + 1^{1500})$.
- Számítsd ki a 2^{10} -nek és a 2^{11} hatvány felének különbségét!
- Határozd meg 9^{25} szám négyzetének és a 27^{16} szám harmadának a hányadosát!
- Adott az $a = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100}$ szám. Igazold, hogy $a = (3^{101} - 1) : 2$
 Útmutatás: Kiszámítjuk a $3 \cdot a = 3 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} + 3^{101}$,
 és továbbá kiszámítjuk a $3 \cdot a$ és a különbséget!
- Írd fel az $x = [2^{30^2} \cdot (2^6)^{100} + (32^4)^{100} : 2^{500}] \cdot 2$ és $y = 5 \cdot (3^{2002} - 3^{2001} - 9^{1000})$ számokat természetes számok négyzeteként!
- Írd hatvány alakban a 11^2 és fordítottjának szorzatát!
- Számítsd ki az alábbi összegeket!

| | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2018$; | b) $5 + 10 + 15 + \dots + 2020$; | c) $35 + 38 + 41 + \dots + 103$; |
|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|

II.7. FELMÉRŐ

1. Társítsd az első oszlopban levő műveletet a második oszlopban szereplő eredménynek megfelelő számmal!

- | | |
|--|----------|
| a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ | 2^8 |
| b) $2^4 \cdot 2^4$ | 2^{16} |
| c) $2^4 + 2^4$ | 2^7 |
| d) $(2^4)^4$ | 6^3 |
| e) $2^3 \cdot 3^3$ | 2^5 |
| | 5^3 |

2. Egészítsd ki a pontozott részeket úgy, hogy az állítások igazak legyenek!

- a 7^{27} szám írásában a 7 az-t, míg a 27 a-t jelöli.
- a 8-as szám 2-es alapú hatványként írt alakja..... .
- egy négyzetszám utolsó számjegye lehet.
- azonos alapú hatványok közül az a nagyobb, amelyiknek a

3. Karikázd be az **I**-t, ha igaz és a **H**-t, ha hamis a kijelentés!

- | | | |
|--|----------|----------|
| a) Egy négyzetszám utolsó számjegye lehet 3. | I | H |
| b) Az 5^4 és 25^2 számok egyenlőek. | I | H |
| c) A $(123^{12})^{12}$ szám kisebb, mint a 123^{123} . | I | H |
| d) A 13^4 szám a 13^2 szám négyzete. | I | H |

4. Karikázd be az eredménynek megfelelő helyes választ!

a) a 870 265 szám felbontását a 10-es alapú számrendszerben:

- | | |
|--|--|
| A. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$; | B. $8 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$; |
| C. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5$; | D. $8 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5$. |

b) az $a = 2^{10}$, $b = 4^4$ és $c = 8^2$ számok között a következő reláció határozható meg:

- A. $a < b < c$; B. $a < c < b$; C. $c < b < a$; D. $b < a < c$.

c) a 10-es alapú számrendszerben felírt 56-os szám a 2-s alapú számrendszerben a következőképpen írható:

- A. $110\ 010_{(2)}$ B. $110\ 000_{(2)}$ C. $11\ 000_{(2)}$; D. $101\ 010_{(2)}$.

5. Számítsd ki!

- $2^2 + 3^2 + 5^2 + (2017^2)^0$;
- $3^2 - 2^{48} : (2^4 \cdot 2^{11})^3 + 1^{2017} + (2^2 \cdot 3^2) : (2 \cdot 3)$.

6. Határozd meg az a , b és c számjegyeket úgy, hogy $0 < a < b < c$ és $\overline{a1a} + \overline{b1b} + \overline{c1c} = 636$.

7. Határozd meg az a számjegyet tudva, hogy

$$\overline{1a5} + \overline{a23} + 2 \cdot a = 352 .$$

8. Határozd meg azt a legkisebb n természetes számot, amelyre $b = n \cdot 1 + n \cdot 2 + \dots + n \cdot 15$ egy természetes szám négyzete lesz!

9. Indokold meg, hogy az $a = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$ alakban felírt természetes szám miért nem lehet négyzetszám!

Munkaidő: 50 perc

Javítókulcs: 1 pont – hivatalból,

1. Feladat - 2p, 2. Feladat - 2p, 3. Feladat -1 p. 4. Feladat - 2 p,

5. Feladat - 0,5p, 6. Feladat - 0,5p, 7. Feladat - 0,5p, 8. Feladat - 0,5p, 9. Feladat - 1p

II.8. Elmélyítés



1. Egészítsd ki a mondat pontozott részét úgy, hogy igaz állításokat kapj!

- A 12^2 természetes szám és fordítottjának szorzata egyenlő
- A 4 négyzetének és a legkisebb, azonos számjegyekből álló, két számjegyű természetes szám kétszeresének összege
- A 4^3+3^4 összeg eredménye
- A $2017^0 + 2^3$ szám, a következő számnak,, a négyzete.
- A 9^{40} és a 19^{50} közül a kisebbik szám a
- A 81- nek a 3 alapú hatványalakja
- A 15^{35} szám utolsó számjegye

2. Válaszd ki a helyes választ!

- A $20^2 - 15 \cdot (10^2 - 9^2)$ számítás eredménye:
i) 385; ii) 115; iii) 210.
- A $[4 \cdot 15 - 2^2 \cdot 3 + 3^2]^3 : 2^2 + 2^2 + 2^0$ számítás eredménye:
i) 441; ii) 21; iii) 1.
- A 2- es számrendszerben felírt $1011_{(2)}$ szám, 10- es számrendszerben írott alakja a:
i) 11; ii) 21; iii) 13.
- A 10- es számrendszerben felírt 51 szám, 2- es számrendszerben írott alakja a:
i) $110011_{(2)}$; ii) $11011_{(2)}$; iii) $10011_{(2)}$.

3. Végezd el!

- $4\ 379 - 1\ 256 + 140$; b) $(478 - 300) - (250 - 125)$; c) $23 \cdot 25 : 5 \cdot 6$; d) $15\ 800 : 100 : 79 \cdot 7$; e) $2^3 + 3^3$;
f) $1^2 + 2^2 + 3^2$; g) $(1 + 2 + 3)^2$; h) $2^2 \cdot 10001 - 41^2$; i) $[(2^2) + 3 \cdot 7 - 7^0] : 2^3$

4. Hasonlítsd össze a számokat!

- 25^{14} és 25^{41} ; b) 19^{10} és 27^{10} ; c) 9^{10} és 27^6 .

5. Írd le az adott számokat növekvő sorrendben!

- 3^3 , 2^4 , 5^{5^0} , 5^3 , $(2^3)^2$, 2^{5^2}
- 2^3 , 3^4 , 4^3 , 5^{5^0} , $(3^2)^2$, 2^{3^2} .

6. Határozd meg a $2^{12}+6^{31}$ számnak az utolsó számjegyét!

7. Határozd meg az összes x természetes számot, amelyekre igaz a következő egyenlőtlenség: $4^x < 70!$

8. Ellenőrizd, hogy $(3^{2002}+3^{2003} + 3^{2004}):3^{2003} = 13$.



Legyünk jobbak!

1. Adottak a következő számok: $a = 49 + 25 \cdot 49$

$$b = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$$

$$c = 32^{32} : 16^{16} : 8^8 : 4^4 : 2^2 : 2.$$

- Igazold, hogy $a = 1274$, $b = 2^{101} - 1$ és $c = 2^{61}$!
- Számítsd ki a $d = (b+1) : 2^{40} + c$ értékét és ellenőrizd, hogy d négyzete- e egy természetes számnak!
- Számítsd ki az $e = 2^a : (b+1)^{12} : (c:2)$ értékét és ellenőrizd, hogy e négyzete- e egy természetes számnak!

2. Számítsd ki és írd csökkenő sorrendbe a kapott számokat!

$$x = [(2^3)^5 : 4^6 - 3 \cdot (2^3 + 3 - 3^2)] \cdot (2^2)^3 \quad y = [9^{20} : 27^{13} \cdot (2^{2017} + 2^{2016} + 3^{2015})^0] \cdot 5 + 10^2,$$

$$z = (2015 : 5 + 3^5 : 3^3) : 2^2 + 2017^0$$

III. 1. Az egységrehozatal módszere

Mária 6 babát vásárol 150 lejért. Barátnője, Andrea is szeretne 5 ugyanilyen babát vásárolni. Mennyit kell Andreának fizetni a babákért?

A feladatot így oldjuk meg:

- kiszámítjuk **egy** baba árát (*egy egységet*) $150:6 = 25$ lej.
- tudva egy baba árát, kiszámítjuk 5 ugyanolyan baba árát úgy, hogy $25 \cdot 5 = 125$ lej.



Jegyezd meg!

Az **egységrehozatal módszer** alkalmazásakor a feladatban megadott mennyiségek alapján az adott mennyiség **egy egységének az értékét** határozzuk meg.

Oldjuk meg együtt!

1. Egy munkás 4 óra alatt 48 ugyanolyan alkatrészt készít. Határozd meg, hogy hány ugyanolyan alkatrészt készít a munkás 7 óra alatt! (a munkás munkaritmusa minden esetben azonos).

Megoldás: a munkás **egy** óra alatt négyszer kevesebb alkatrészt készít, azaz: $48:4 = 12$ alkatrészt, így 7 óra alatt hétszer több alkatrészt készül, mint egy óra alatt, azaz: $7 \cdot 12 = 84$ alkatrészt.

2. Egy medencét öt azonos hozamú vízcsap 45 perc alatt tölt meg. Határozzátok meg, mennyi idő alatt lesz megtöltve a medence, ha csak három vízcsap működik. (A vízhozam, az a vízmennyiség, amely egységnyi idő alatt kifolyik a vízcsapból.)

Megoldás: Mivel 5 vízcsap 45 perc alatt tölti meg a medencét, azt jelenti, hogy **egy** vízcsap 5-ször több idő alatt fogja megtölteni a medencét, azaz: $5 \cdot 45 = 225$ óra szükséges. Tehát, 3 vízcsap háromszor kevesebb idő alatt tölti meg a medencét, azaz: $225:3 = 75$ óra.

Oldd meg a feladatot az egységrehozatal módszerével!

1. Ilona 5 kg almát 20 lejért vásárolt meg. Határozd meg, mennyit fog fizetni a barátnője, aki 2 kg ugyanolyan almát akar vásárolni!

2. Ha 210 kg almából, 70 liter almalé készül, határozd meg mennyi almára van szükség ahhoz, hogy 130 liter almalevet kapjunk? Hány liter almalé készül 224 kg almából?

3. 10 vonatjegy ára 20 lej. Határozd meg mennyi az ára 8 ugyanilyen vonatjegynek!

4. Egy könyvesüzletben árkedvezménnyel egy 23 könyvből álló csomag ára 345 lej, de külön egy könyv ára 17 lej. Határozd meg, hány lejt takarítasz meg egy könyv megvásárlásakor, az árkedvezményes csomagból!

5. Egy varrónő 7 ruhát készít el 21 m selyemből. Hány méter selyemre van szüksége, hogy 12 ugyanolyan ruhát készítsen?

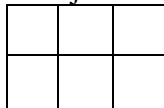
6. Négy nyúl 2 kg répát eszik meg 5 nap alatt. Határozd meg, mennyit fogyaszt a négy nyúl egy nap alatt! Hány kilogramm répát fogyaszt el 8 nyúl 15 nap alatt?

Javaslat: Alakítsd át a mennyiséget, grammra (1 kg = 1000 g).



Megoldottad a feladatokat? Folytasd!

1. Egy fémkeret, 6 darab 2 m oldalhosszúságú négyzetből áll, ahogy az alábbi ábrán látható. Mennyi az ára a fémkeret anyagának, ha egy 8 méteres fémrúd ára 48 lej?



2. Dániel egy kocka négy lapjának a lefestéséhez 48 g festéket használt. Elegendő-e egy olyan doboz, amely 250 g festéket tartalmaz 4 kocka lefestéséhez? Válaszod indokold!

3. Egy 32 m hosszúságú és 20 m szélességű téglalap alakú udvar bekerítéséhez használt kerítés 5 824 lejbe került. Határozd meg, mennyibe kerülne a kerítés, egy az előzőhöz hasonló hosszúságú, de szélességében 7 m-rel kisebb udvarnak!

4. Töltsd ki a következő táblázatot, majd alkoss az adatokkal szöveges feladatot:

| | | | |
|-----------------|-------|----|-----|
| Mennyiség (kg) | 137 | 23 | 331 |
| Teljes ár (lej) | 1 644 | | |

5. Hat munkás egy munkát öt nap alatt végez el. Határozd meg, hány nap alatt végezi el ugyanazt a munkát két munkás!

III.2. Az összehasonlítás módszere

Egyes matematikai feladatokban az ismeretlen mennyiségek közötti összefüggés meghatározását két vagy több különböző eset összehasonlítása eredményezi. Az esetek összehasonlítását azért végezzük, hogy meghatározzuk az összefüggések közötti különbségeket. A feladatok ilyen módon történő megoldását, **az összehasonlítás módszerének** nevezzük.

Hogy könnyebben meghatározhassuk az esetek között létező különbségeket, egymás alá helyezzük a feladatban található azonos adatok mennyiségeit. Végül az ismeretlen meghatározásához az egységrehozatal módszerét alkalmazzuk.

Oldjuk meg együtt!

1. Mária nyolc ceruzát, hat füzetet vásárolt és 20 lejt fizetett. Barátnője Ilona, négy ceruzát, hat füzetet vásárolt és 16 lejt fizetett. Mennyibe kerül egy ceruza?

Megoldás: Elvégezzük az adatgyűjtést az alábbi módon:

8 ceruza 6 füzet.....20 lej

4 ceruza 6 füzet..... 16 lej

Megfigyelhetjük, hogy Mária barátnőjéhez képest négy ceruzával többet vásárolt. Mivel Mária 4 lejjel többet költött, mint Ilona, ebből következik, hogy egy ceruza ára 1 lej.

2. Egy virágüzletben vásárolható csokor öt tulipánból, négy fréziából áll és ára 55 lej, egy másik csokor három tulipánból, két fréziából áll és ára 29 lej. Határozd meg egy szál frézia árát!

Megoldás: Egymás alá írjuk az adatokat az alábbi módon:

5 tulipán4 frézia 55 lej

3 tulipán2 frézia29 lej

Megfigyelhetjük, hogy a két sorban nincsenek egyenlő mennyiségek, de a második sor adatait megkétszerezve azonos számú fréziát kapunk. Tehát:

5 tulipán 4 frézia 55 lej

6 tulipán4 frézia..... 58 lej

A megfelelő mennyiségeket összehasonlítva következik, hogy egy szál tulipán ára 3 lej. Behelyettesítve az eredményt a két összefüggés egyikbe, megkapjuk, hogy egy szál frézia ára 10 lej.

3. 3 kg alma és 2 kg körte ára 34 lej, valamint 2 kg alma és 3 kg körte ára 36 lej. Mennyibe kerül 7 kg alma?

Megoldás: Egymás alá írjuk az adatokat az alábbi módon:

3 kg alma 2 kg körte.....34 lei | · 2

2 kg alma..... 3 kg körte.....36 lei | · 3

Ebben az esetben, mind két sor adatait megszorozzuk: az elsőt 2- vel, a másodikat 3- mal. Így kapjuk:

6 kg alma..... 4 kg körte.....68 lei

6 kg alma 9 kg körte 108 lei

A megfelelő mennyiségeket összehasonlítva következik, hogy 5 kg körte ára 40 lej. 1 kg körte ára 8 lei és behelyettesítve az eredményt a két összefüggés egyikbe, megkapjuk, hogy egy 1 kg alma ára 6 lej. Tehát 7 kg alma ára 42 lej.



Gyakorolj!

1. Mária két zserbó szeletet és három ekler-fánkot vásárolt a cukrászdából, melyekért 24 lejt fizetett, majd barátnője Katalin, két zserbó szeletet és hét ekler-fánkot vásárolt, így ő 40 lejt fizetett. Mennyibe kerül egy ekler-fánk? Mennyibe kerül egy zserbó szelet?

2. Egy pékségben egy óra alatt eladtak 5 zsömlét és 8 perccet, összesen 18 lejért, majd a következő órában 25 zsömlét és 12 perccet, amelyekért a bevétel 62 lej volt. Mennyi egy perccet ára?

3. Három autóbuszban és öt mikrobuszban 240 ülőhely van, ugyanakkor négy autóbuszban és hat mikrobuszban (minden esetben azonos típusúak a buszok) 302 ülőhely van. Hány ülőhely van egy mikrobuszban?

4. Egy varrodában 22 m anyagból 4 ruhát és 3 blúzt vagy 3 ruhát és 5 blúzt készíthetnek. Hány méter anyag szükséges 5 ruha és 3 blúz elkészítéséhez?

III.3. Az ábrázolás módszere

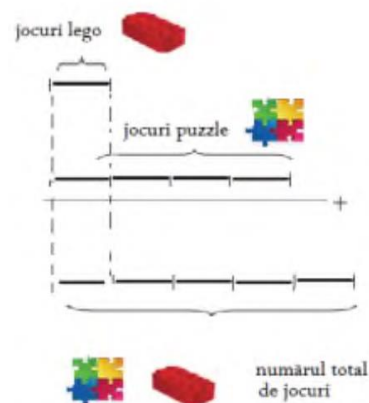
Egy játékkészletben, 150 játék van, legók és puzzle játékok. Tudva, hogy a puzzle játékok száma négyszer nagyobb, mint a legók száma, határozd meg mennyi puzzle játék van a játékkészletben!



Jegyezd meg!

Ezt a feladatot az **ábrázolás módszerével** fogjuk megoldani, a módszer alapja, hogy az ismeretlen mennyiséget és a mennyiségek közötti összefüggéseket, legtöbbször szakaszok lerajzolásával szemléltetjük.

Ezért, a legó játékok számát egy szakasszal jelöljük. A puzzle játékok számát, mivel négyszer több, mint a legók száma, négy egyenlő szakasz segítségével rajzoljuk le. Ezek hossza egyenként, egyenlő a legók számát jelentő szakasz hosszával. Tehát, az összes játék számát öt, a legók számának megfelelő hosszúságú, szakasz fogja megadni. Mivel az összes játék száma 150, ezért a legó játékok száma egyenlő $150 : 5 = 30$. A puzzle játékok száma kiszámítható úgy, hogy $30 \cdot 4 = 120$ vagy másféleképpen $150 - 30 = 120$.



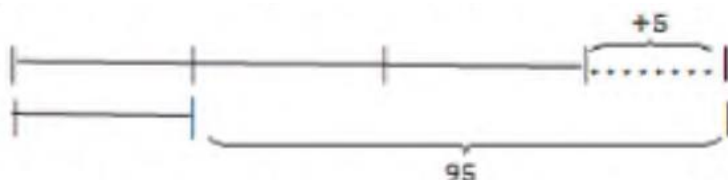
Oldd meg a ábrázolás módszerével!

1. Ilona 12 csokis és tejszínes süteményt vásárolt egy cukrászdából. A csokis sütemények száma kétszer nagyobb, mint a tejszínes süteményeké. Hány tejszínes süteményt vásárolt Ilona?
2. Egy adott szám és a szám negyedének az összege 25. Melyik ez a szám?
3. Két szám összege 150, a különbségük pedig 38. Határozd meg a két számot!
4. Két szám különbsége 45. Határozd meg a két számot tudva, hogy ha a nagyobbik számot elosztjuk a kisebbik számmal a hányados 5 és a maradék is 5 lesz!
5. Egy raktárban 2500 tonna zöldség van. Tudjuk, hogy kétszer több paradicsom van, mint paprika és 8 tonnával kevesebb padlizsán, mint amennyi paprika. Határozd meg, hogy hány tonna paradicsom van a raktárban!
6. Egy virágüzletben kétszer több tulipán szál van, mint rózsa és a bazsarózsa szálak száma háromszorosa a tulipán szálak számának. Tudjuk, hogy a virágszálak összszáma 360. Hány szál rózsa és hány szál bazsarózsa van a virágüzletben?
7. Egy pékségben a perecek száma duplája a zsömlék számának, és a kenyerek száma negyede a zsömlék számának. Hány kenyér van, ha tudjuk, hogy a pékségben összesen 2314 termék van?
8. Két ládában 56 kg alma van. Ha az első ládából áthelyeznek 4 kg almát a második ládába, akkor a két ládában egyenlő mennyiségű alma lesz. Hány kilogramm alma volt eredetileg a ládákból külön-külön?



Megoldottad a feladatokat? Folytasd!

1. Három egymás után következő természetes szám összege 528. Határozd meg a legkisebb számot!
2. Két szám összege 80, a különbségük 6. Melyik ez a két szám?
3. Négy egymás után következő páratlan természetes szám összege 1 656. Határozd meg a számok közül a legnagyobb!
4. Két dobozban egyenlő darabszámú keksz van. Ha az első dobozból áthelyezünk 35 kekszet a második dobozba, akkor a második dobozban hatszor több keksz lesz, mint az elsőben. Hány keksz van a dobozokban külön-külön?
5. Két zsákban egyenlő mennyiségű gabona van. Ha az első zsákból áthelyezünk 35 kg gabonát a második zsákba, akkor a második zsákban hatszor több gabona lesz, mint az elsőben. Mennyi a gabona mennyisége a zsákokban külön-külön?



6. A lenti ábra alapján fogalmazz meg egy szöveges feladatot. Írd le és oldd meg!
7. A Măcin és a Moldoveanu csúcsok magasságainak összege 3011 m. A Moldoveanu csúcs 209 m-rel magasabb, mint a Măcin csúcs magasságának az 5- szöröse. Határozd meg a két csúcs magasságát!

III. 4. Fordított út módszere

Oldjuk meg együtt!



Alex egy számra gondolt:

összeadja 17-el, majd az eredményt megszorozza 4-el és 172-öt kap. Milyen számra gondolt Alex?

Az adott összefüggéseket a következő azonossággal írhatjuk fel $(a+17) \cdot 4 = 172$, ahol a az ismeretlen számot jelöli.



Jegyezd meg!

A **Fordított út módszerét** használva, a feladat szövegét hátulról haladva előre kell követni. A megoldás során, elvégezzük a feladatban megadott műveletek fordított műveleteit. Tehát, a jelenlegi példa alapján:

- elosztjuk az eredményt 4-el vagyis $172:4 = 43$. Az ismeretlen szám (a) és a 17 összege egyenlő lesz 43-mal.
- Az eredményből kivonunk 17-et és így megkapjuk az ismeretlen számot $a = 43 - 17$.

Tehát Alex a 26-os számra gondolt.



Gyakorolj!

1. Klárinak ötször több legó eleme van, mint Jolánnak, Jolánnak pedig 135-el több legó eleme van, mint Pálnak. Tudva, hogy Pálnak 340 legó eleme van, számítsuk ki hány legó eleme van Jolánnak és hány legó eleme van Klárinak!

2. Mária résztvett egy 3 napos kiránduláson. Első nap elkölte pénzének egy részét. Második nap tíz lejjel kevesebbet költ, mint első nap, harmadik nap pedig kétszer többet, mint a második nap, vagyis 78 lejt. Számítsd ki mennyi pénzt költött Mária minden egyes nap a kirándulása során!

3. Határozd meg az ismeretlen számot a következő egyenletekből!

a) $(3 \cdot a + 5) \cdot 5 - 3 = 292$;

b) $(b - 5) \cdot 2 = 30$;

c) $(c - 17) \cdot 3 + 15 = 45$;

d) $[2 \cdot (d - 30) - 45] \cdot 3 = 165$.

5. Egy szám háromszorosához hozzáadunk 147-et és 2 343 -at kapunk. Melyik az eredeti szám?

6. Balázs gondol egy számra. Ebből kivonja a szám egyötöd részét és így 36-ot kap. Melyik számra gondolt Balázs?

7. Egy alpinista egy hegyi utat négy nap alatt tesz meg. Első nap megteszi az út felét és még 4 km-t, második nap megteszi a megmaradt út felét és még 4 km-t, harmadik nap megteszi a megmaradt út felét és még 4 km-t, negyedik nap pedig a hátramaradt 4 km-t. Számítsd ki az alpinista által megtett hegyi út hosszát a négy nap alatt.

8. Nagymama 3 unokájának ad egy kosár diót, mondva, hogy osszák el egyenlően maguk között. Jön az első unoka és elveszi a dió egyharmadát és elmegy. A második unoka azt hiszi, hogy ő az első és elveszi a maradék dió egyharmadát és elmegy. A harmadik unoka, nem tudva a másik kettőről, elveszi a maradék dió egyharmadát. Tudva, hogy 16 dió maradt a kosárban, hány dió volt eredetileg és mennyit vett el mindenik unoka külön-külön?



Megoldottad az előző feladatokat? Folytasd!

1. Határozd meg az ismerlent a következő egyenletekből:

a) $[(4 \cdot m + 5):3 + 10]:5 + 5 = 10$; b) $[(13 + 12 \cdot m) \cdot 10 - 330]: 100 = 13$.

2. Határozd meg egy diáksport egyesület tagjainak számát, tudva, hogy kéthatoda focizik, egyhatoda úszik és a maradék 72 gyermek atlétikára jár.

3. Nagymama almákat osztogat az unokáinak. Ha minden unoka kap 5 almát, a nagymama kosarában nem marad egy alma sem, ha 4 almát adna mindeniknek, akkor a kosárban 6 alma maradna. Hány unokája van nagymamának?

4. Anna elkölte pénzének egyötödét füzetre, az ötödének kétszeresét könyvre, majd a maradék 84 lejt tanszerekre. Mennyibe kerülnek a könyvek? Hát a füzetek?

III.5. A hamis feltételezés módszere

Egy matematika feladatban a szövegben megadott adatok alkotják a feltevéseket. A *hamis feltételezés módszere* abban áll, hogy hamisnak tekintjük a feltevést. Ebből kiindulva, gyorsan eljutunk a feladat megoldásához.

Oldjuk meg együtt!

1. Egy műhelyben konyhai székeket gyártanak, egyesek háromlábúak, mások négylábúak. Ha egy megrendelés 20 székéből állt és ezeknek 67 lábat készítettek, számítsd ki hány széket gyártottak mindenik fajtából.

Megoldás Kiindulunk a következő feltevésből:

Tételezzük fel, hogy mind a 20 szék 3 lábú.

Elvégezve $20 \cdot 3$ összesen 60 lábat kapunk. Észrevesszük, hogy az így kapott lábak száma 7-el kevesebb, mint amennyit gyártottak. Tehát a kezdeti feltevés hamis: nem minden szék háromlábú. Ez a 7 láb különbség megadja a négylábú székek számát, mivel mindeniknek ezek közül egy lábbal több van a háromlábúakhoz képest. Tehát 13 háromlábú szék van.

2. Kilenc nullától különböző természetes szám összege 44. Mutasd ki, hogy legkevesebb két szám a kilencből egyenlő.

Megoldás Feltételezzük, hogy mind a kilenc szám különböző és kimutatjuk, hogy

feltevésünk nem helyes.

Kiszámítjuk az első kilenc, nullától különböző természetes szám összegét:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45.$$

Mivel $44 < 45$, levonjuk a következtetést, hogy a számok nem lehetnek különbözőek, tehát állításunk hamis.



Gyakorolj!

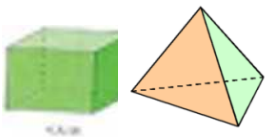
1. Matematika órán, egy osztálynak mind a 23 diákja, vagy egy háromszöget vagy egy négyzetet rajzolt. Így összesen 80 szakaszt rajzoltak.



Hány diák rajzolt háromszöget?

2. Imola, nagymamája kertjéből 33 lóherét szedett, egyesek 3 levelűek, mások 4 levelűek. A 4 levelű lóherét szerencsehozónak tartják. Imola megszámolta a leveleket és 120-at kapott. Hány szál szerencsés lóherét talált?

3. Egy matematika kabinetben 40 mértani test van: kockák és háromoldalú gúláék. Ezeknek összesen 210 csúcsuk van. Hány gúla és hány kocka van a matematika kabinetben?



4. Egy papírüzletben kétféle filctolldoboz van. Van 4 filctollas és 12 filctollas doboz. Tudva, hogy 200 dobozban 1 304 filctoll található, határozd meg hány dobozban van 12 filctoll.

5. Egy tömbházban 3 és 4 szobás lakások vannak. Összesen 32 lakás van és 113 szoba. Határozd meg hány 4 szobás lakás van a tömbházban?

6. Egy autógyárban kétajtós és négyajtós autókat gyártanak. Az évi gyártás 200 autó, amelyek 674 ajtóval rendelkeznek. Határozd meg hány kétajtós autót gyártottak egy év alatt?



Megoldottad a feladatokat? Folytasd!

1. Egy sportszaküzletben 125 bicikli és tricikli van. (A bicikli két keréssel, a tricikli pedig három keréssel rendelkezik.) Összesen 285 kerekük van. Hány bicikli van az üzletben? Hát tricikli?

2. Egy kiránduláson 71 diák 29 szobában van elszállásolva. A szobák 2, 3 vagy 4 ágyasak. Tudva, hogy a 2 ágyas szobák száma egyenlő a 3 ágyas szobák kétszeresével, hány 4 ágyas szoba van a szállodában?

3. Alkoss egy feladatot, amelyet a hamis feltételezés módszerével lehet megoldani.

FELMÉRŐ

I. rész

Egészítsd ki úgy, hogy igaz állításokat kapj:

1. Négy egymásután következő természetes szám összege 618. A legkisebb szám közülük
2. A könyvesboltból Máté öt ceruzát és hat füzetet vásárolt 17 lejért. Barátja, András 16 lejt fizetett öt ceruzáért és hét füzetért. Egy füzet ára lej, egy ceruza ára lej.

II. rész

Karikázd be a helyes válasz betűjelét:

Laura gondol egy számra, amelyet megszoroz 10-zel, az eredményből kivon 20-at és így 150-et kap.

Melyik számra gondolt Laura?

- a) 13 ; b) 17 ; c) 1 700.

III. rész

Írd le a teljes megoldást:

1. Egy iskolában 675 tanuló van. Ha elmegy 20 lány és jön 25 fiú, akkor a lányok száma megegyezik a fiúk számával. Hány fiú van az iskolában?
2. Egy színház pénztáránál eladtak 150 jegyet. Gyermeknek a jegy ára 30 lej, felnőtteknek 45 lej. Tudva, hogy 6 000 lejt gyűjtöttek be, számítsd ki hány felnőttjegyet adtak el.

Munkaidő: 50 perc

Javítókulcs:

Hivatalból jár: 10 pont, I Tétel - 30 pont, II Tétel - 20 pont, III Tétel- 40 pont.

Elmélyítés

1. Az állatkert egyik részében zebrák, pónik és őzikek vannak. Egy gyermek megkérdezi a gondozót:
 - Ebben a részben 14 állat van?
 - Nem, rosszul számoltál! Kettővel több van! Kétszer több őzike van, mint póni és négyel több zebra van, mint őzike és póni együttvéve.

Számítsd ki hány zebra, hány póni és hány őzike van az állatkertben!

2. Egy bevásárlóközpontban 5 kg narancsért, 3 kg szőlőért és 2 kg almáért 67 lejt fizetnek, ugyanakkor 3 kg narancsért, 2 kg szőlőért és 5 kg almáért 49 lejt fizetnek. Mennyibe kerül 1 kg szőlő és 19 kg alma? Hát 19 kg alma és 19 kg szőlő?

3. Egészítsd ki a táblázatot:

| | | | |
|----------------|---|----|----|
| Mennyiség (kg) | 5 | 12 | 27 |
| Ár(lej) | | 96 | |

4. Nagymama udvarán 40 háziállat van, tyúkok és juhok, amelyeknek 126 lábuk van. Hány tyúk van az udvarán?
5. Egy osztályteremben kicserélik a bútort. Vesznek 3 szekrényt, 16 asztalt és 32 széket. Egy asztal, egy szék és egy szekrény 722 lejbe kerül. Ha a szekrény 95 lejjel olcsóbb, mint az asztal, egy szék 18 lejjel olcsóbb, mint egy szekrény, számítsd ki mennyibe kerül a teljes bútorzat.
6. Határozzuk meg azt a természetes számot, amely teljesíti a következő egyenletet: $5 \cdot (x - 13) - 12 = 43$.